



*Transport laplacien aux interfaces
irrégulières : progrès récents et
problèmes ouverts*

Denis S. GREBENKOV

Université de Naples “Federico II”,
Département de Physique

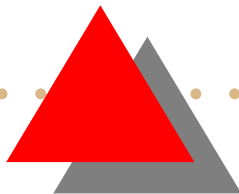
Laboratoire de Physique de la Matière Condensée
Ecole Polytechnique



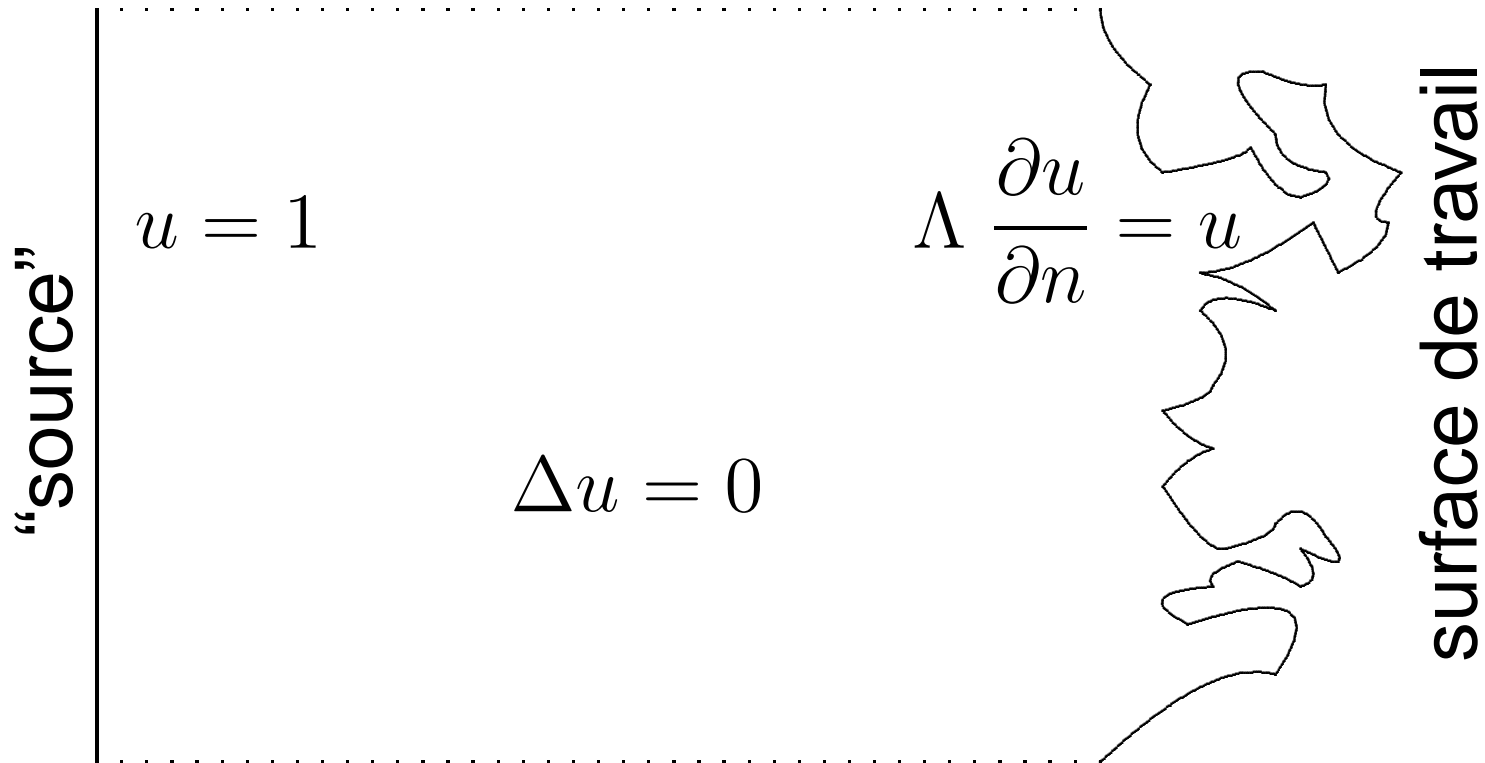


Plan de présentation

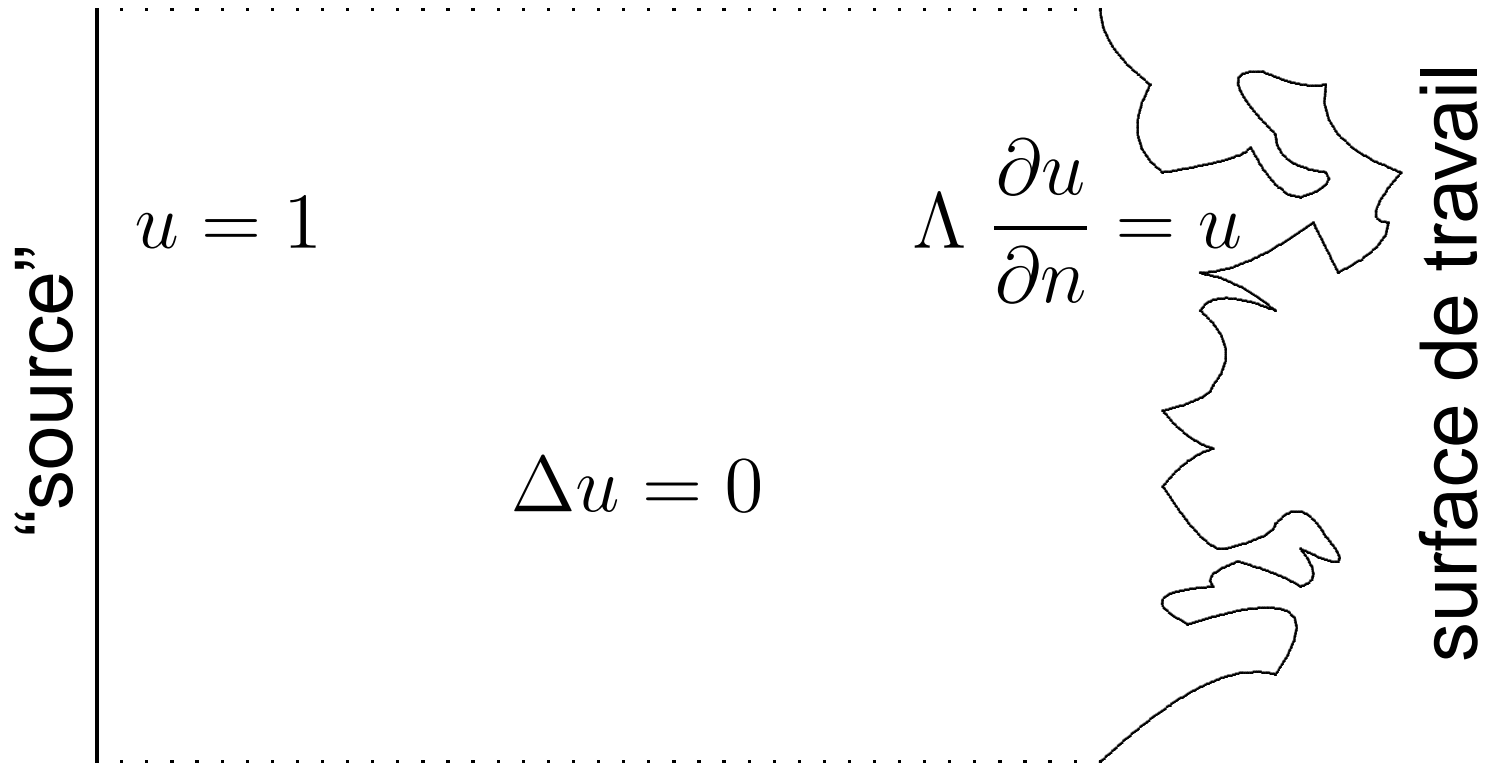
- **Phénomènes de transport laplacien**
- Approche théorique de l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Transport laplacien aux interfaces irrégulières
- Problèmes, questions et perspectives



Problème du transport laplacien



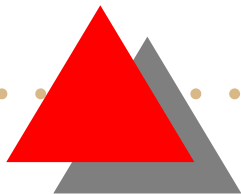
Problème du transport laplacien



Comment l'irrégularité géométrique influence-t-elle sur les propriétés de transport du système ?



*Diffusion de l'oxygène vers
et à travers des membranes alvéolaires*



Diffusion de l'oxygène vers et à travers des membranes alvéolaires

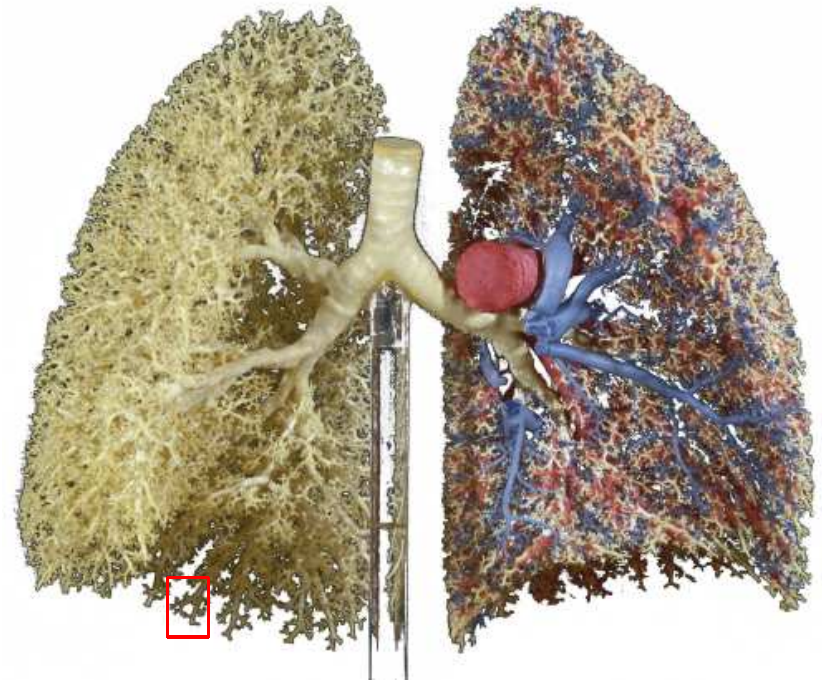
Arbre dichotomique

Volume $\sim 4 - 5$ litres

Aire $\sim 100 - 150$ m²

23 générations :
convection ~ 15
diffusion ~ 8

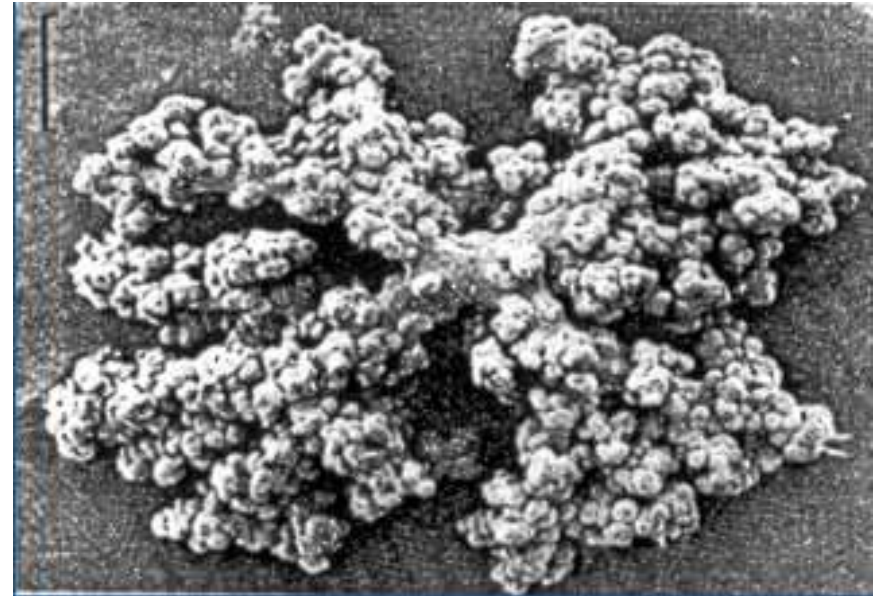
Poumon humain



Diffusion de l'oxygène vers et à travers des membranes alvéolaires

Acinus pulmonaire
(unité d'échange)

- Diffusion stationnaire
- Géométrie irrégulière
- Perméabilité finie



1mm

- Résistance de passage à travers la frontière
- Résistance d'accès par le volume

Diffusion de l'oxygène vers et à travers des membranes alvéolaires

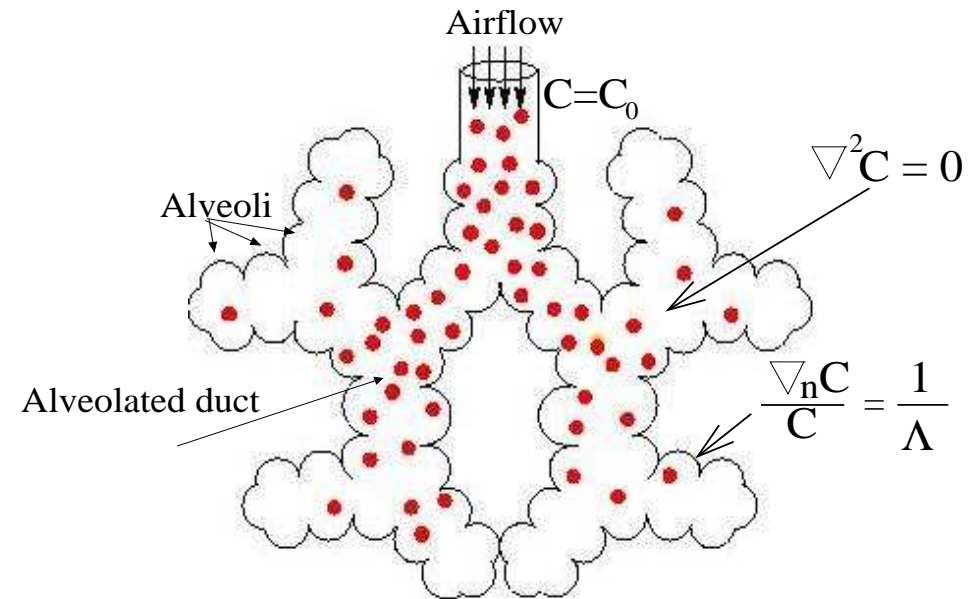
Transport laplacien

$\Delta C = 0$ dans le volume

$C = C_0$ à l'entrée

$\mathbf{J} = -D\nabla C$ loi de Fick

$J_n = WC$ sur la membrane



$\Lambda = D/W$ longueur caractéristique du problème

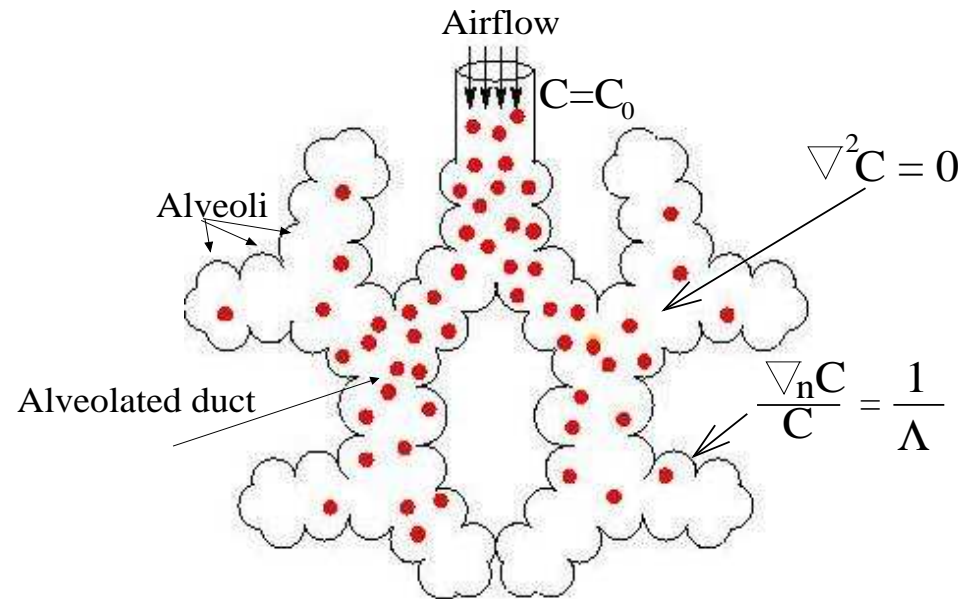
D coefficient de diffusion

W perméabilité de la membrane

Diffusion de l'oxygène vers et à travers des membranes alvéolaires

Transport laplacien

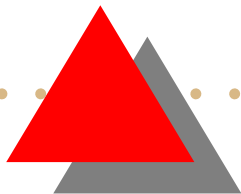
$$\Delta C = 0 \quad \text{dans le volume}$$
$$C = C_0 \quad \text{à l'entrée}$$
$$\frac{\partial C}{\partial n} = \frac{C}{\Lambda} \quad \text{sur la membrane}$$



$$\Lambda = D/W \quad \text{longueur caractéristique du problème}$$

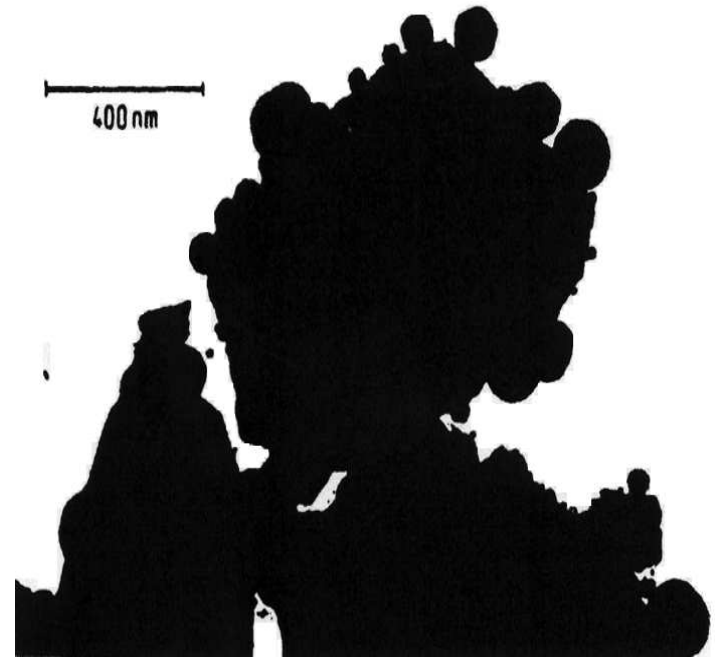
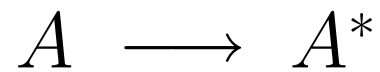
D coefficient de diffusion
 W perméabilité de la membrane

Catalyse hétérogène



Catalyse hétérogène

Réaction chimique



Catalyse hétérogène

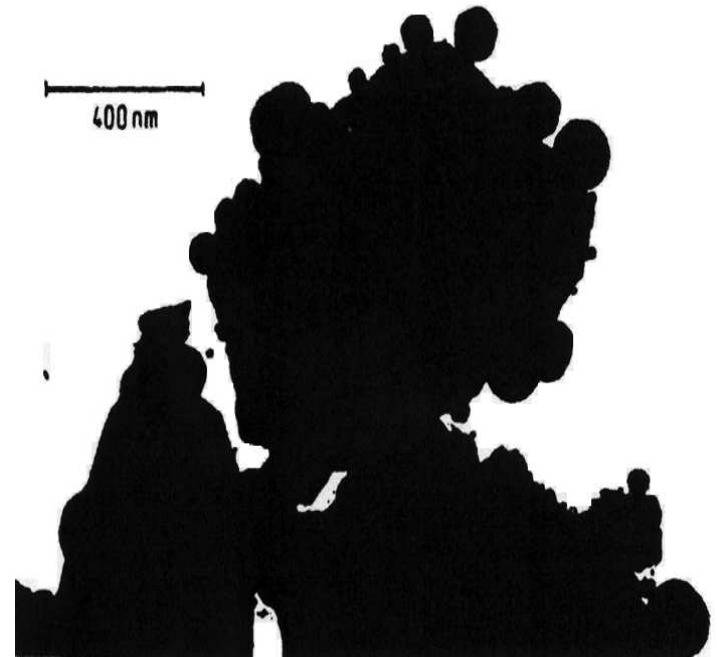
Description

$$\Delta C = 0$$

$$C = C_0$$

$$\frac{\partial C}{\partial n} = \frac{C}{\Lambda}$$

dans le volume
sur la source
sur la surface



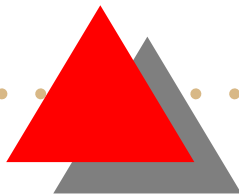
$$\Lambda = D/K$$

longueur caractéristique du problème

D coefficient de diffusion

K réactivité du catalyseur

Transport électrique à travers une électrode irrégulière

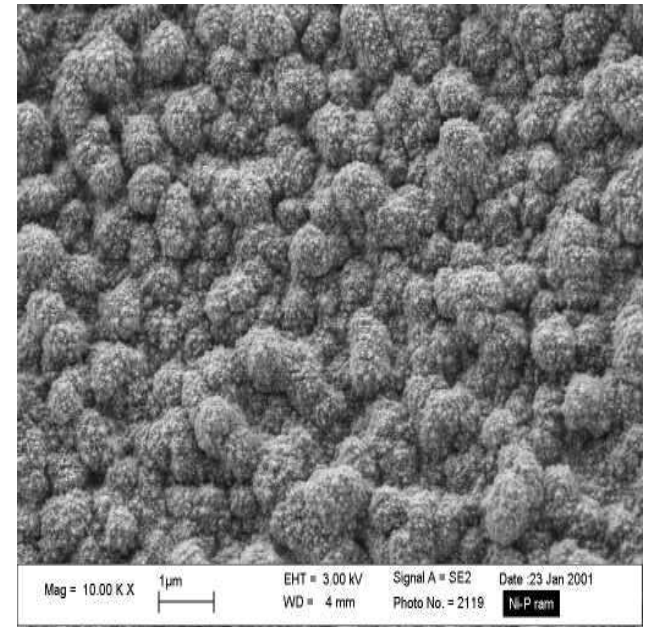


Transport électrique à travers une électrode irrégulière

Microrugosité
(de la surface métallique)

Géométrie irrégulière
aux différentes échelles

Impédance ?



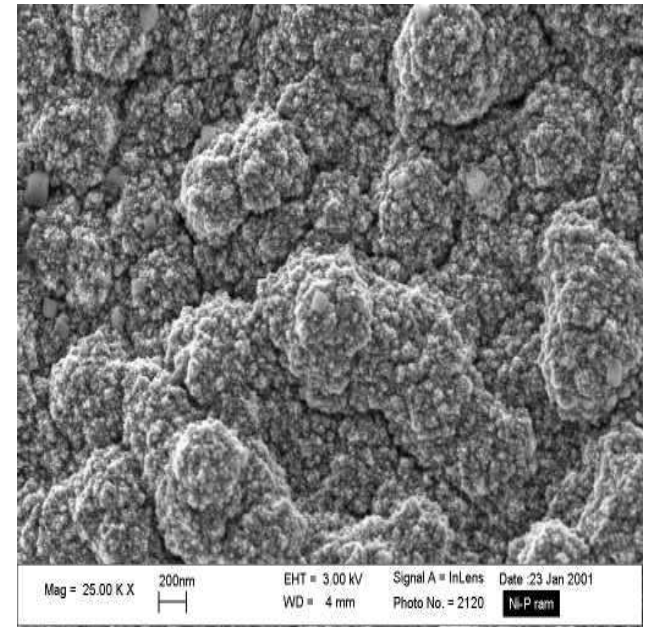
1 μm

Transport électrique à travers une électrode irrégulière

Microrugosité
(de la surface métallique)

Géométrie irrégulière
aux différentes échelles

Impédance ?



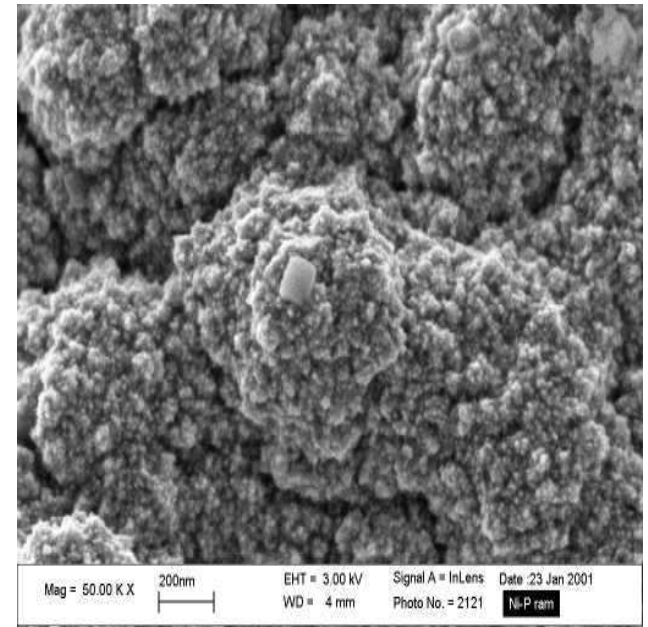
1 μm

Transport électrique à travers une électrode irrégulière

Microrugosité
(de la surface métallique)

Géométrie irrégulière
aux différentes échelles

Impédance ?

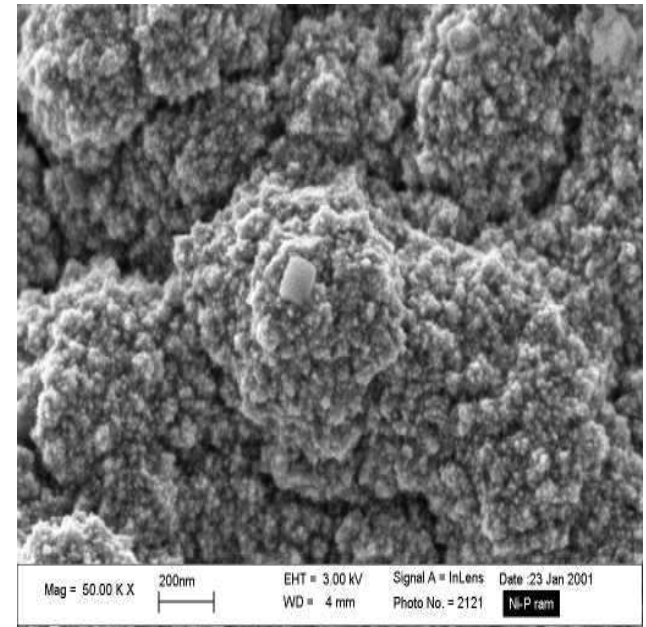


1 μm

Transport électrique à travers une électrode irrégulière

Transport électrique :
(en potentiel continu)

$$\Delta V = 0 \quad \text{dans le volume}$$
$$V = V_0 \quad \text{sur la contre-électrode}$$
$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{1}{\Lambda} V \quad \text{sur l'électrode de travail}$$



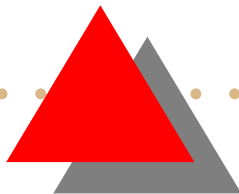
$1 \mu m$

$\Lambda = r / \rho$ longueur caractéristique du problème
 r résistance de l'électrode de travail
 ρ résistivité de l'électrolyte



Plan de présentation

- Phénomènes de transport laplacien
- Approche théorique de l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Transport laplacien aux interfaces irrégulières
- Problèmes, questions et perspectives





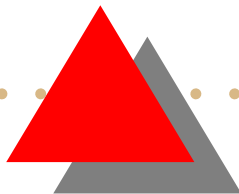
Description théorique

- Equation de Laplace + condition mixte :
Description en moyenne



Description théorique

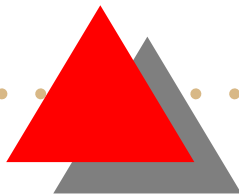
- Equation de Laplace + condition mixte :
Description en moyenne
- Mouvement brownien partiellement réfléchi :
Trajectoire aléatoire de chaque particule



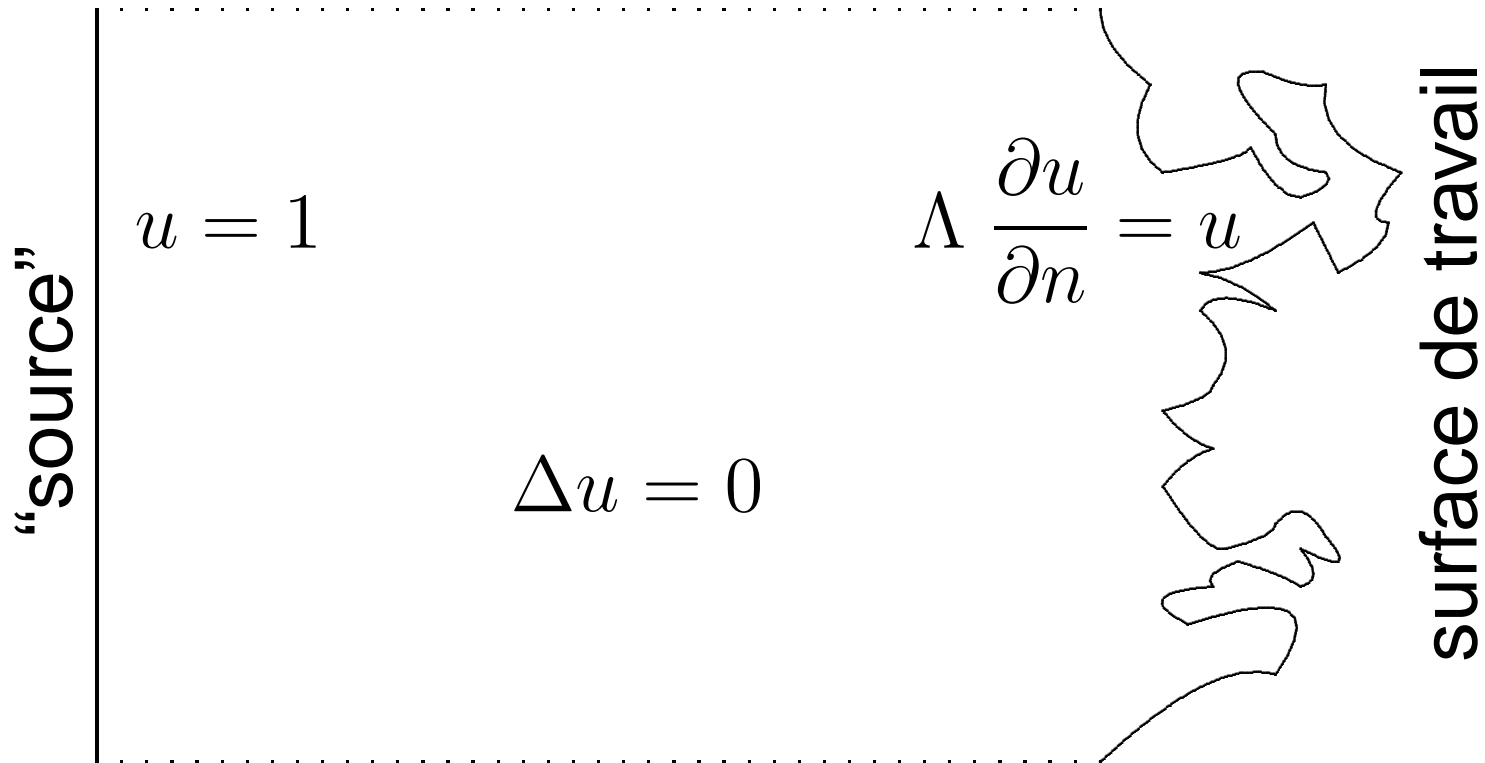


Description théorique

- Equation de Laplace + condition mixte :
Description en moyenne
- Mouvement brownien partiellement réfléchi :
Trajectoire aléatoire de chaque particule
- Opérateur de Dirichlet-Neumann :
Analyse spectrale du problème



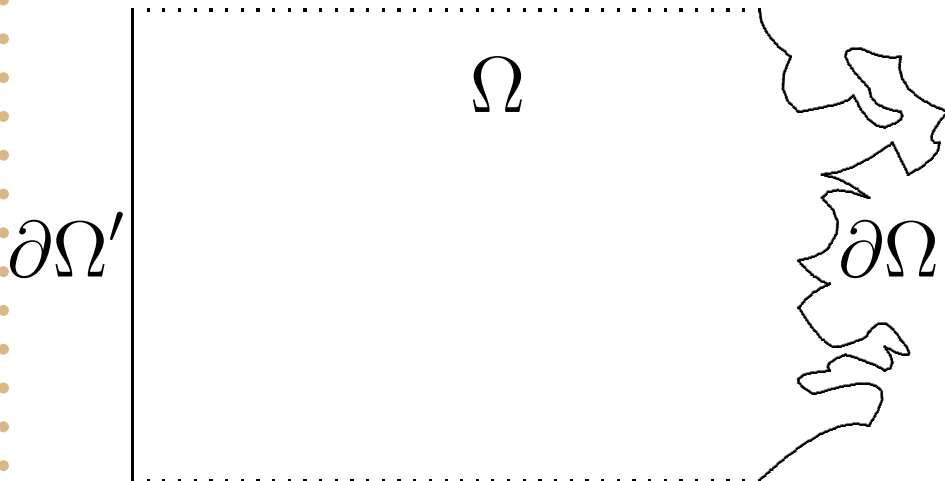
Problème du transport laplacien



Comment l'irrégularité géométrique influence-t-elle sur les propriétés de transport du système ?

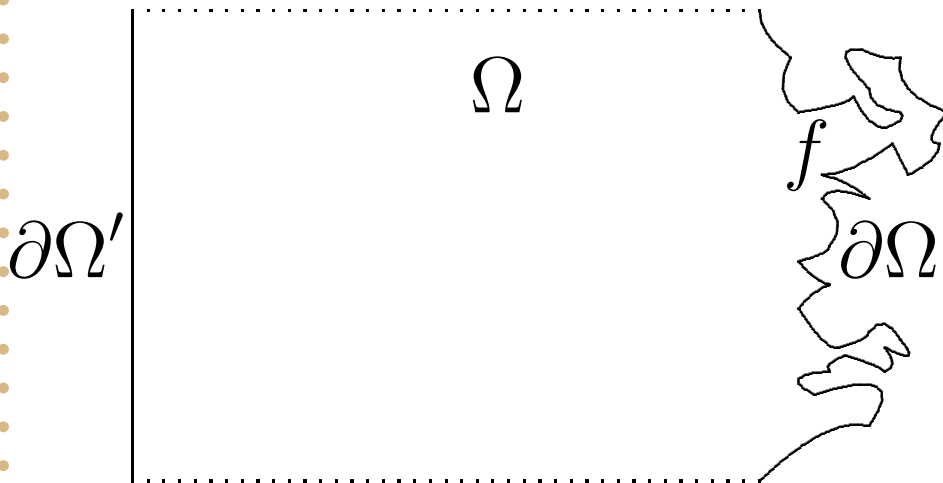
Définition de l'opérateur Dirichlet-Neumann

Pour un domaine donné Ω ,

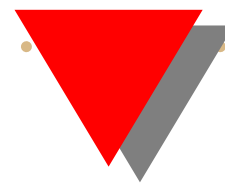


Définition de l'opérateur Dirichlet-Neumann

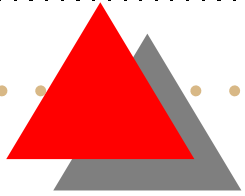
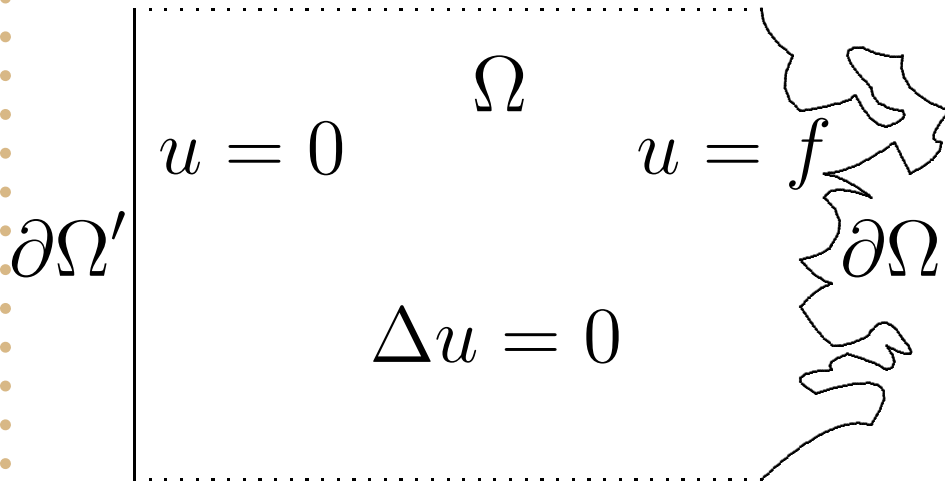
Pour un domaine donné Ω , on prend **une fonction**
 $f \in H^1(\partial\Omega)$ sur la frontière $\partial\Omega$,



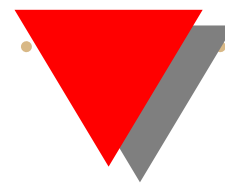
Définition de l'opérateur Dirichlet-Neumann



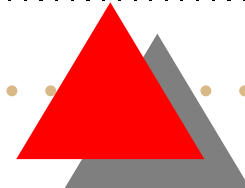
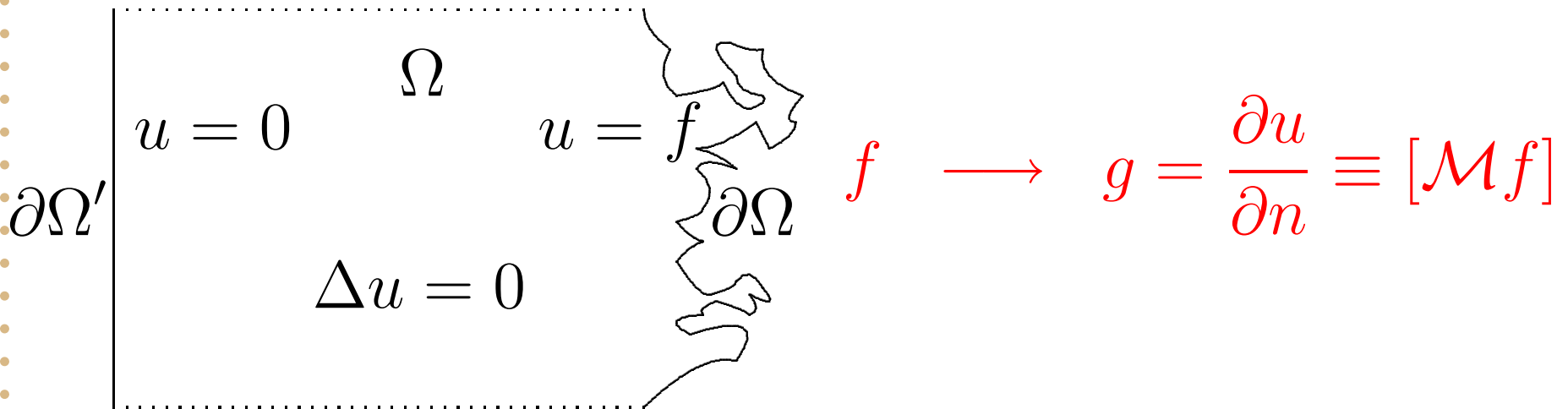
Pour un domaine donné Ω , on prend une fonction $f \in H^1(\partial\Omega)$ sur la frontière $\partial\Omega$, on résout **le problème de Dirichlet** dans le domaine



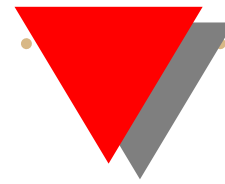
Définition de l'opérateur Dirichlet-Neumann



Pour un domaine donné Ω , on prend une fonction $f \in H^1(\partial\Omega)$ sur la frontière $\partial\Omega$, on résout le problème de Dirichlet dans le domaine et on prend **la dérivée normale** de la solution.

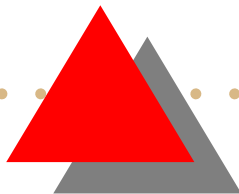


Propriétés de l'opérateur Dirichlet-Neumann

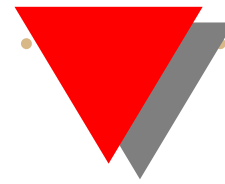


L'opérateur Dirichlet-Neumann \mathcal{M} est

- dépendant uniquement de la **géométrie** ;

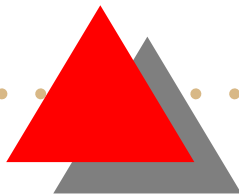


Propriétés de l'opérateur Dirichlet-Neumann

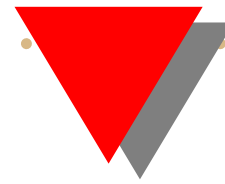


L'opérateur Dirichlet-Neumann \mathcal{M} est

- dépendant uniquement de la **géométrie** ;
- **autoadjoint** ;

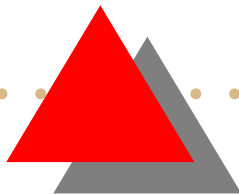


Propriétés de l'opérateur Dirichlet-Neumann

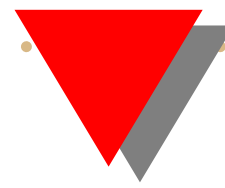


L'opérateur Dirichlet-Neumann \mathcal{M} est

- dépendant uniquement de la **géométrie** ;
- **autoadjoint** ;
- avec le spectre $\{\mu_\alpha\}$ discret borné inférieurement ;

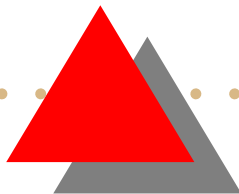


Propriétés de l'opérateur Dirichlet-Neumann



L'opérateur Dirichlet-Neumann \mathcal{M} est

- dépendant uniquement de la **géométrie** ;
- **autoadjoint** ;
- avec le spectre $\{\mu_\alpha\}$ discret borné inférieurement ;
- avec les fonctions propres $V_\alpha(s)$ lisses (définies sur la frontière $\partial\Omega$) qui forment une base complète de $L^2(\partial\Omega)$.



Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = D \frac{\partial C}{\partial n}(s)$$

“source”

$$C = C_0$$

$$\Delta C = 0$$

$$\Lambda \frac{\partial C}{\partial n} = C$$



surface de travail

Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = D \frac{\partial C}{\partial n}(s)$$

$$C = C_0(1 - u)$$

“source”

$$C = C_0$$

$$\Delta C = 0$$

$$\Lambda \frac{\partial C}{\partial n} = C$$

surface de travail

Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s)$$

“source”

$$u = 0$$

$$\Delta u = 0$$

$$\left[I - \Lambda \frac{\partial}{\partial n} \right] u = 1$$

surface de travail

Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s)$$

$$= DC_0 [\mathcal{M}u](s)$$

“source”

$$u = 0$$

$$\Delta u = 0$$

$$\left[I - \Lambda \frac{\partial}{\partial n} \right] u = 1$$

surface de travail

Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s)$$

$$= DC_0 [\mathcal{M}u](s)$$

$$[I + \Lambda \mathcal{M}]u = 1$$

$$\left[I - \Lambda \frac{\partial}{\partial n} \right] u = 1$$

surface de travail

“source”

$$u = 0$$

$$\Delta u = 0$$

Représentation de la densité du flux total

$$\begin{aligned}\phi_{\Lambda}(s) &= -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s) \\ &= DC_0 [\mathcal{M}u](s) \\ &= DC_0 [\mathcal{M}(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1}\mathbf{1}](s)\end{aligned}$$

“source”

$$u = 0$$

$$\Delta u = 0$$

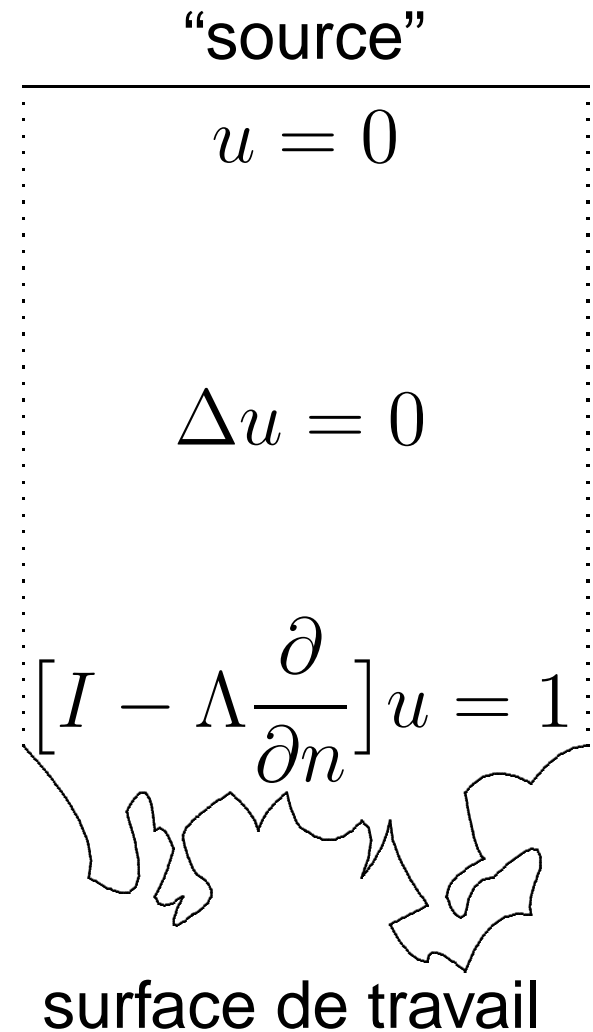
$$\left[I - \Lambda \frac{\partial}{\partial n} \right] u = 1$$

surface de travail

Représentation de la densité du flux total

$$\begin{aligned}\phi_{\Lambda}(s) &= -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s) \\ &= DC_0 [\mathcal{M}u](s) \\ &= DC_0 [\mathcal{M}(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1}1](s)\end{aligned}$$

$$\phi_0(s) = DC_0 [\mathcal{M}1](s)$$



Représentation de la densité du flux total

$$\phi_{\Lambda}(s) = -DC_0 \frac{\partial u}{\partial n}(s)$$

$$= DC_0 [\mathcal{M}u](s)$$

$$= DC_0 [\mathcal{M}(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1}1](s)$$

$$\phi_0(s) = DC_0 [\mathcal{M}1](s)$$

$$\phi_{\Lambda}(s) = [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1}\phi_0](s)$$

“source”

$$u = 0$$

$$\Delta u = 0$$

$$\left[I - \Lambda \frac{\partial}{\partial n} \right] u = 1$$

surface de travail

Représentation du flux total

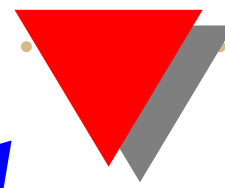
$$\Phi_{\Lambda} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\Lambda}(s) ds$$

$$\phi_{\Lambda}(s) = [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1} \phi_0](s)$$

$$\phi_0(s) = DC_0 [\mathcal{M}1](s)$$

$$\phi_0^h(s) = \phi_0(s) / \Phi_0$$

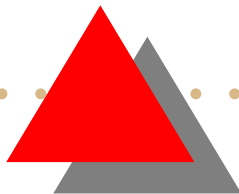
Représentation du flux total



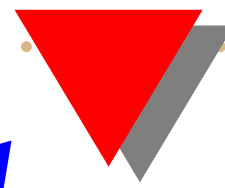
$$\Phi_{\Lambda} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\Lambda}(s) ds$$

$$\begin{aligned}\phi_{\Lambda}(s) &= [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1} \phi_0](s) \\ \phi_0(s) &= DC_0 [\mathcal{M}1](s) \\ \phi_0^h(s) &= \phi_0(s) / \Phi_0\end{aligned}$$

$$= ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot 1)$$



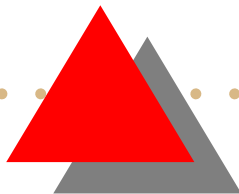
Représentation du flux total



$$\Phi_{\Lambda} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\Lambda}(s) ds$$

$$\begin{aligned}\phi_{\Lambda}(s) &= [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1} \phi_0](s) \\ \phi_0(s) &= DC_0 [\mathcal{M}1](s) \\ \phi_0^h(s) &= \phi_0(s) / \Phi_0\end{aligned}$$

$$= ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot 1) = ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot \frac{1}{DC_0} \mathcal{M}^{-1} \phi_0)$$



Représentation du flux total

$$\Phi_{\Lambda} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\Lambda}(s) ds$$

$$\phi_{\Lambda}(s) = [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1} \phi_0](s)$$

$$\phi_0(s) = DC_0 [\mathcal{M}1](s)$$

$$\phi_0^h(s) = \phi_0(s) / \Phi_0$$

$$\begin{aligned} &= ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot 1) = ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot \frac{1}{DC_0} \mathcal{M}^{-1} \phi_0) \\ &= \frac{\Phi_0^2}{DC_0} (\mathcal{M}^{-1} [I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0^h \cdot \phi_0^h) \end{aligned}$$

Représentation du flux total

$$\Phi_{\Lambda} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\Lambda}(s) ds$$

$$\phi_{\Lambda}(s) = [(I + \Lambda\mathcal{M})^{-1} \phi_0](s)$$

$$\phi_0(s) = DC_0 [\mathcal{M}1](s)$$

$$\phi_0^h(s) = \phi_0(s) / \Phi_0$$

$$\begin{aligned} &= ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot 1) = ([I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0 \cdot \frac{1}{DC_0} \mathcal{M}^{-1} \phi_0) \\ &= \frac{\Phi_0^2}{DC_0} (\mathcal{M}^{-1} [I + \Lambda\mathcal{M}]^{-1} \phi_0^h \cdot \phi_0^h) \end{aligned}$$

$$\Phi_{\Lambda} = \frac{\Phi_0^2}{DC_0} \sum_{\alpha} \frac{F_{\alpha}}{\mu_{\alpha} (1 + \mu_{\alpha} \Lambda)}$$

$$\mathcal{M}V_{\alpha} = \mu_{\alpha} V_{\alpha}$$

$$F_{\alpha} = (\phi_0^h \cdot V_{\alpha})^2$$

Représentation de l'impédance spectroscopique

$$Z(\Lambda) = \frac{C_0}{\Phi_0^2} \left(\Phi_0 - \Phi_\Lambda \right)$$

Représentation de l'impédance spectroscopique

$$Z(\Lambda) = \frac{C_0}{\Phi_0^2} \left(\Phi_0 - \Phi_\Lambda \right)$$

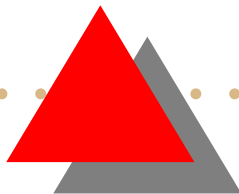
$$Z(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{\alpha} \frac{F_{\alpha}}{1 + \mu_{\alpha}\Lambda}$$

$$\Phi_{\Lambda} = \frac{\Phi_0^2}{DC_0} \sum_{\alpha} \frac{F_{\alpha}}{\mu_{\alpha}(1 + \mu_{\alpha}\Lambda)}$$

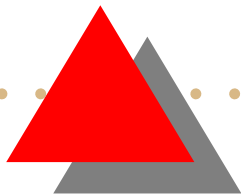
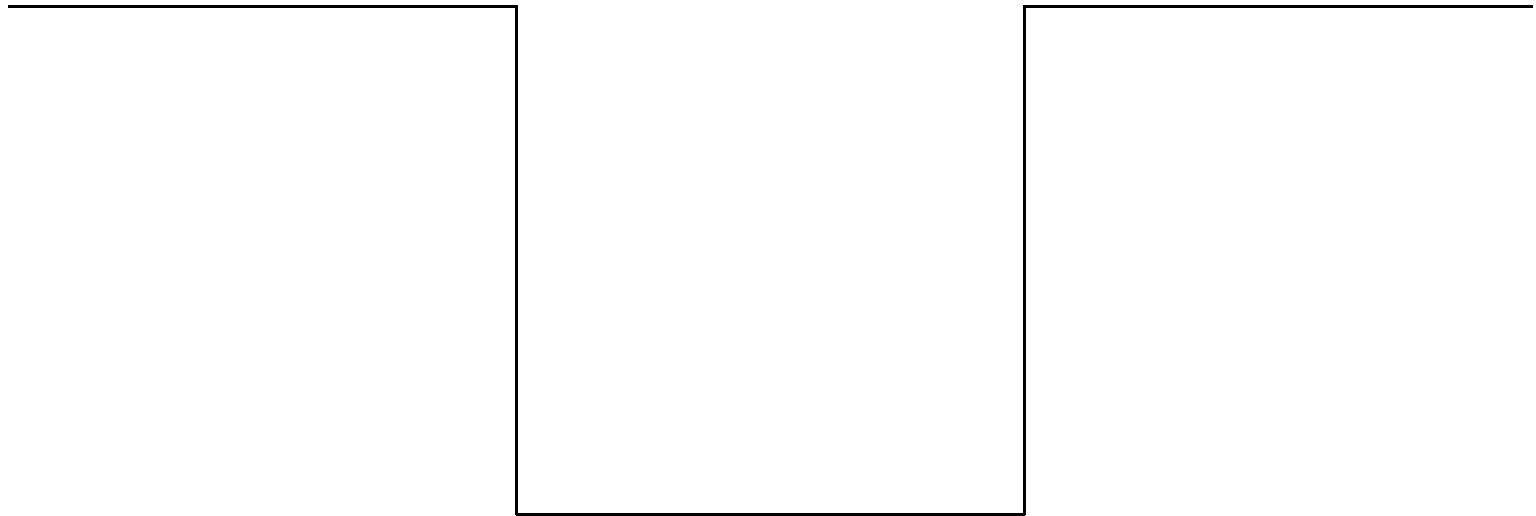


Plan de présentation

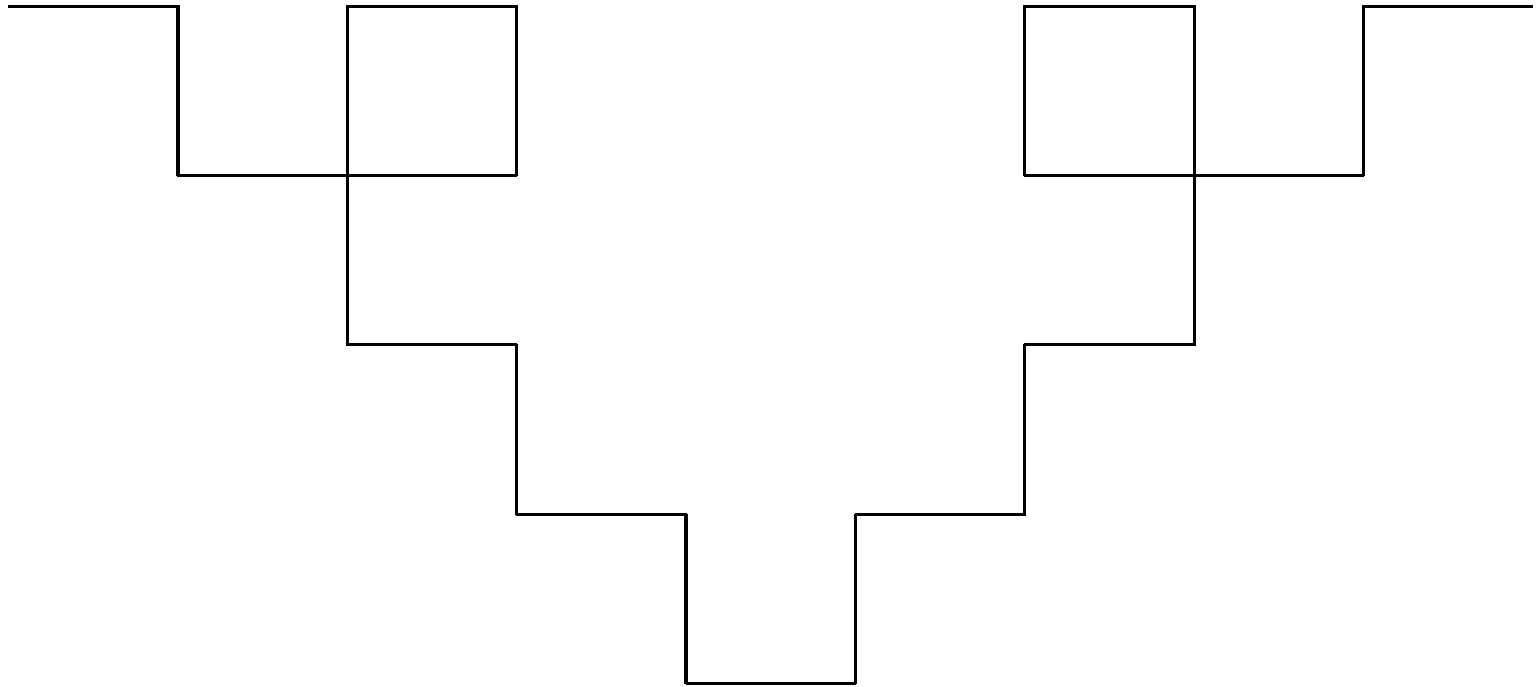
- Phénomènes de transport laplacien
- Approche théorique de l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- **Transport laplacien aux interfaces irrégulières**
- Problèmes, questions et perspectives



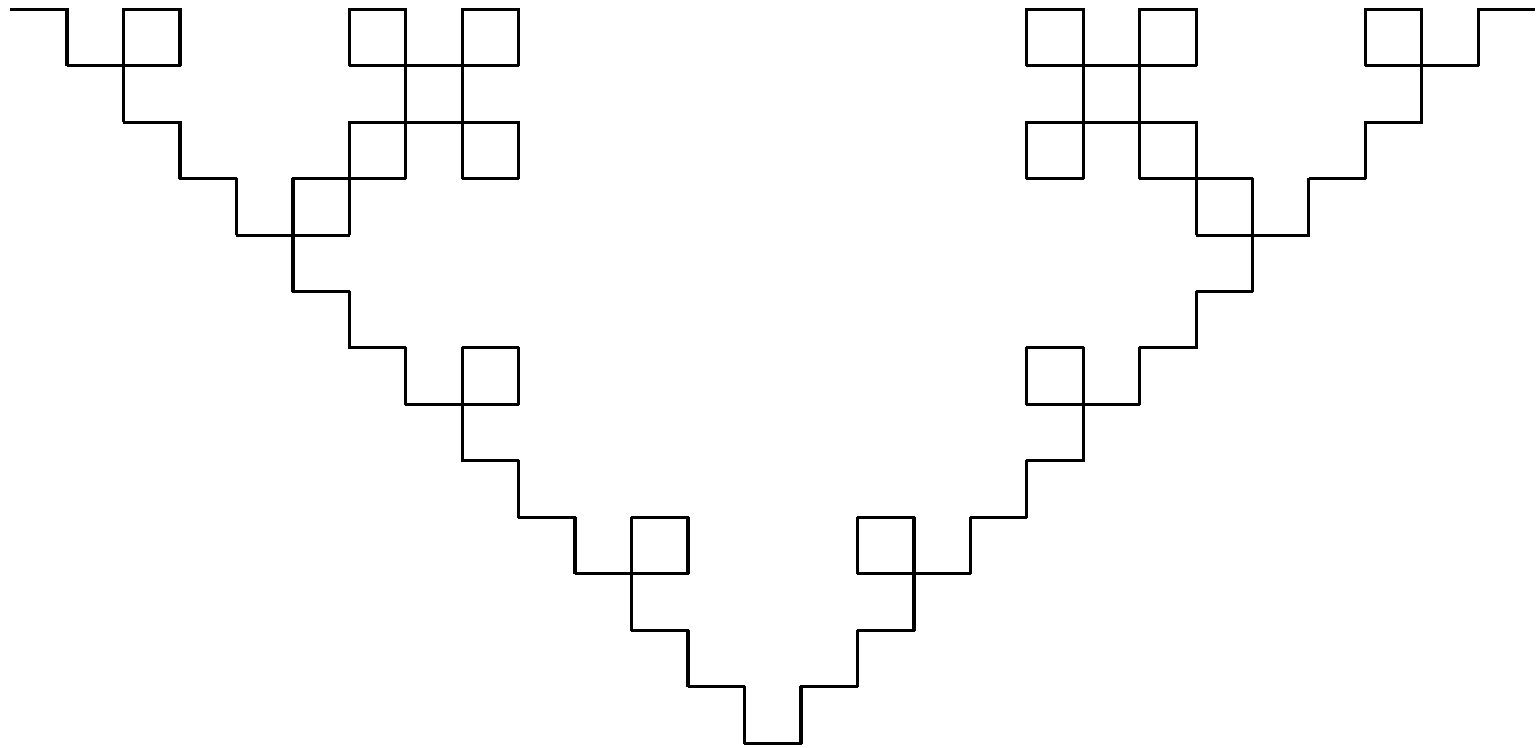
Interface fractale de Koch



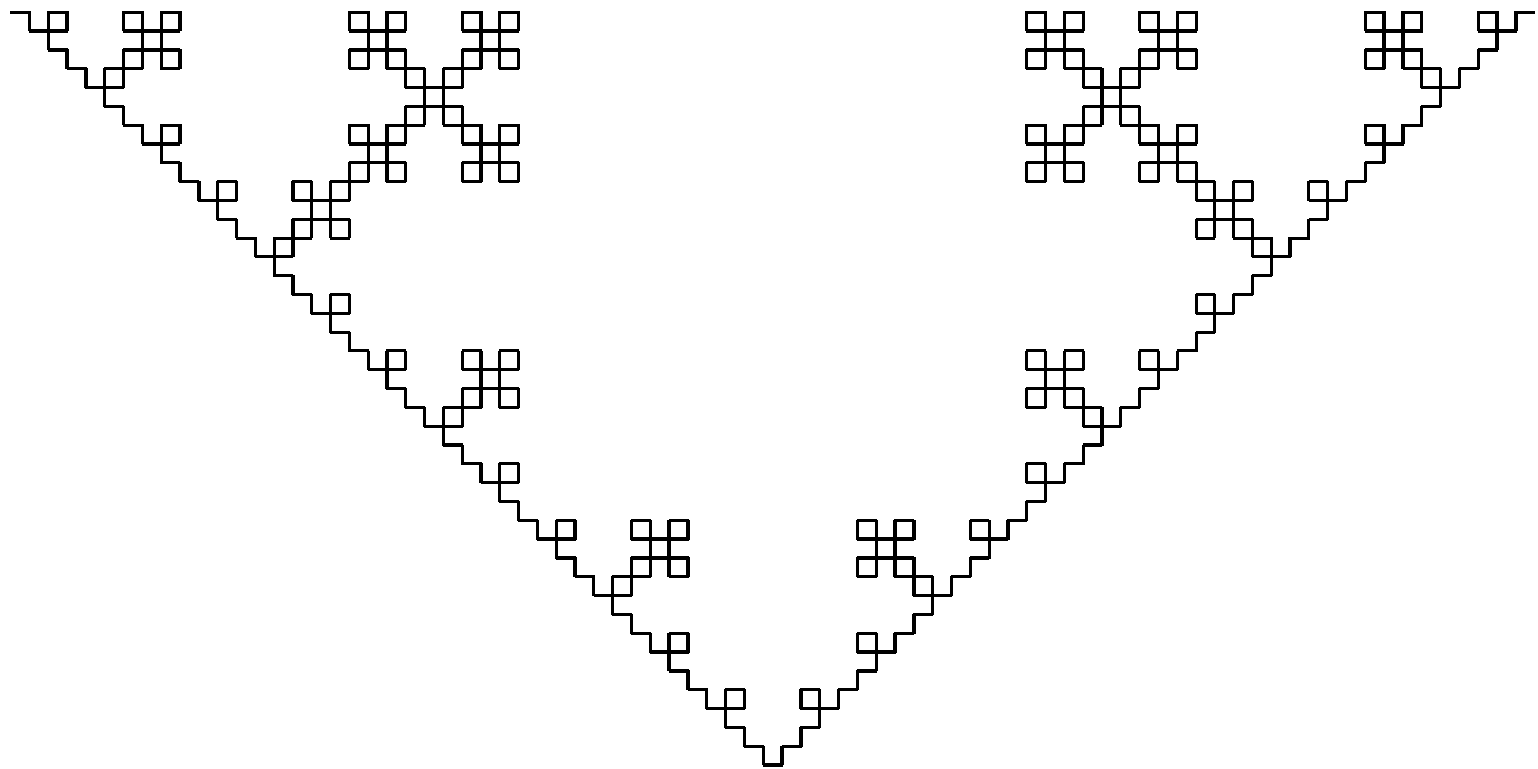
Interface fractale de Koch



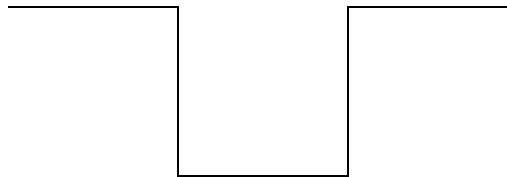
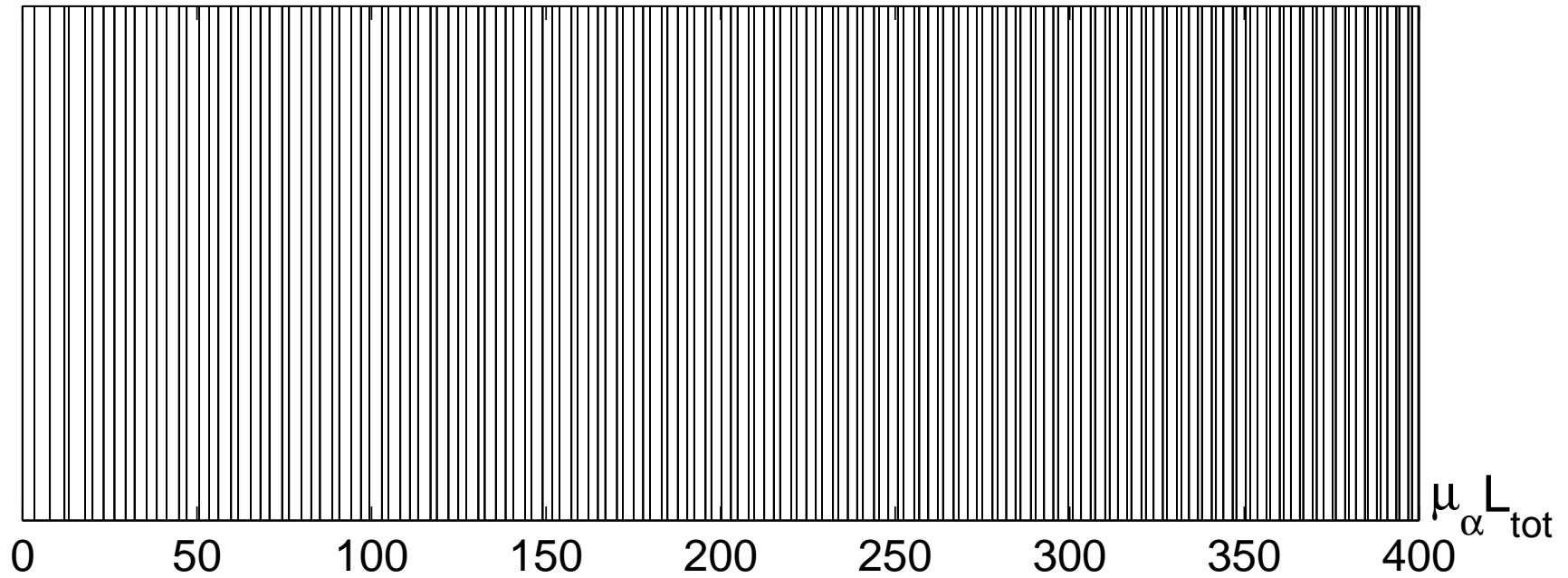
Interface fractale de Koch



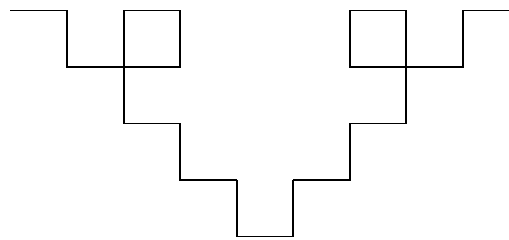
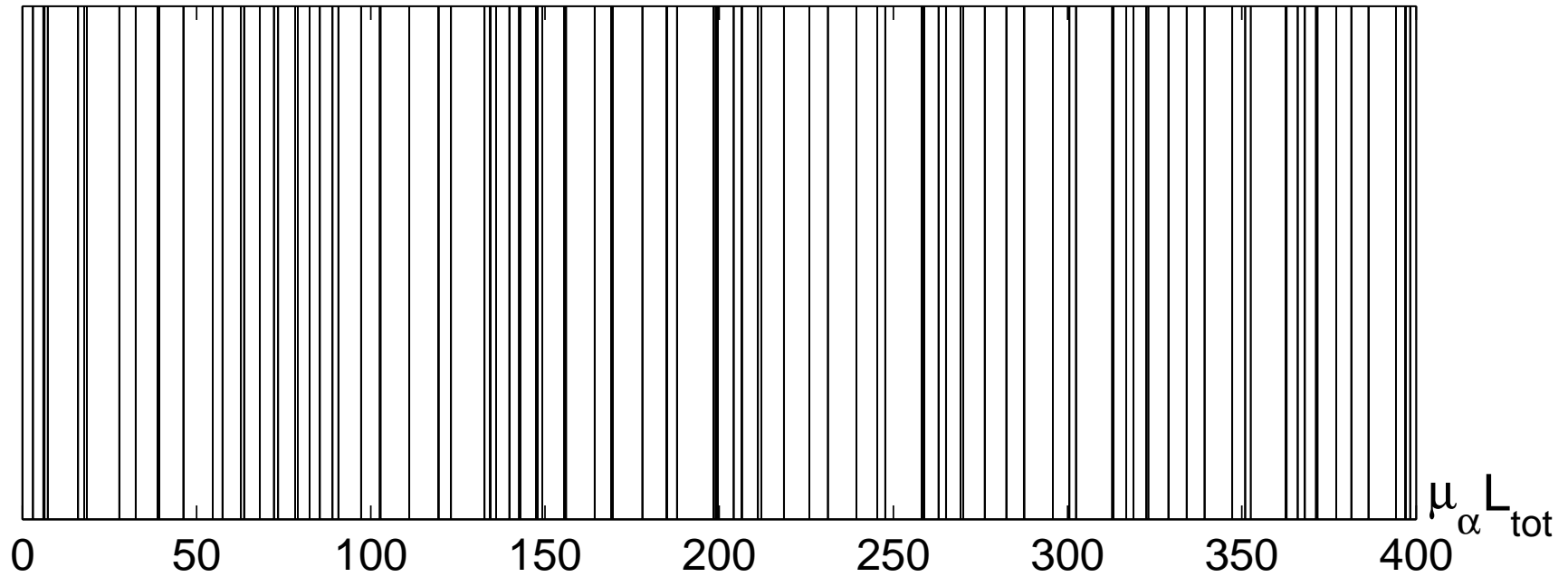
Interface fractale de Koch



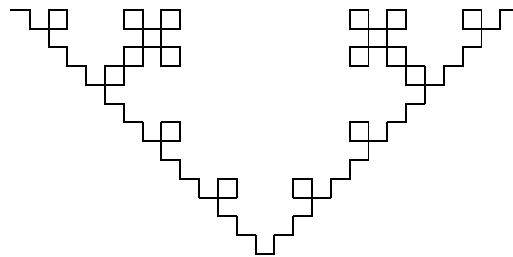
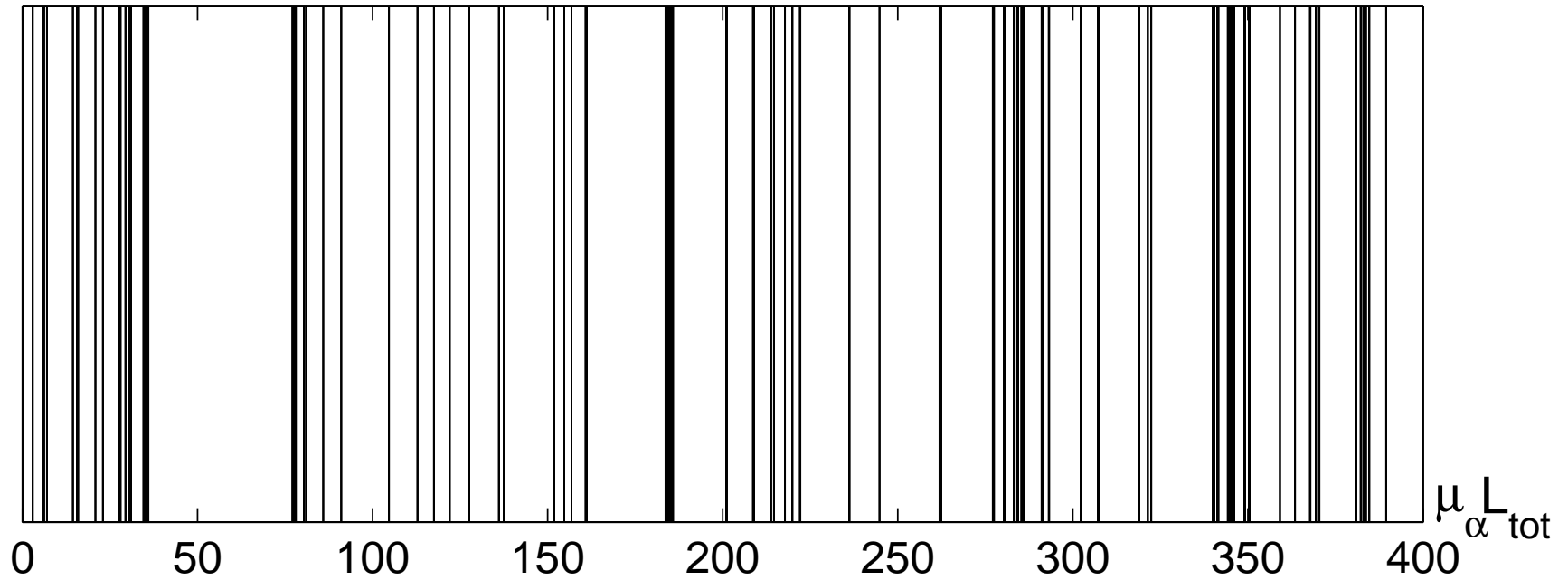
Localisation du spectre



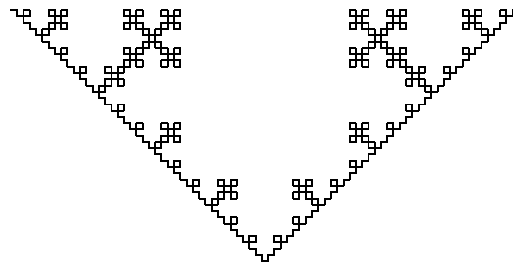
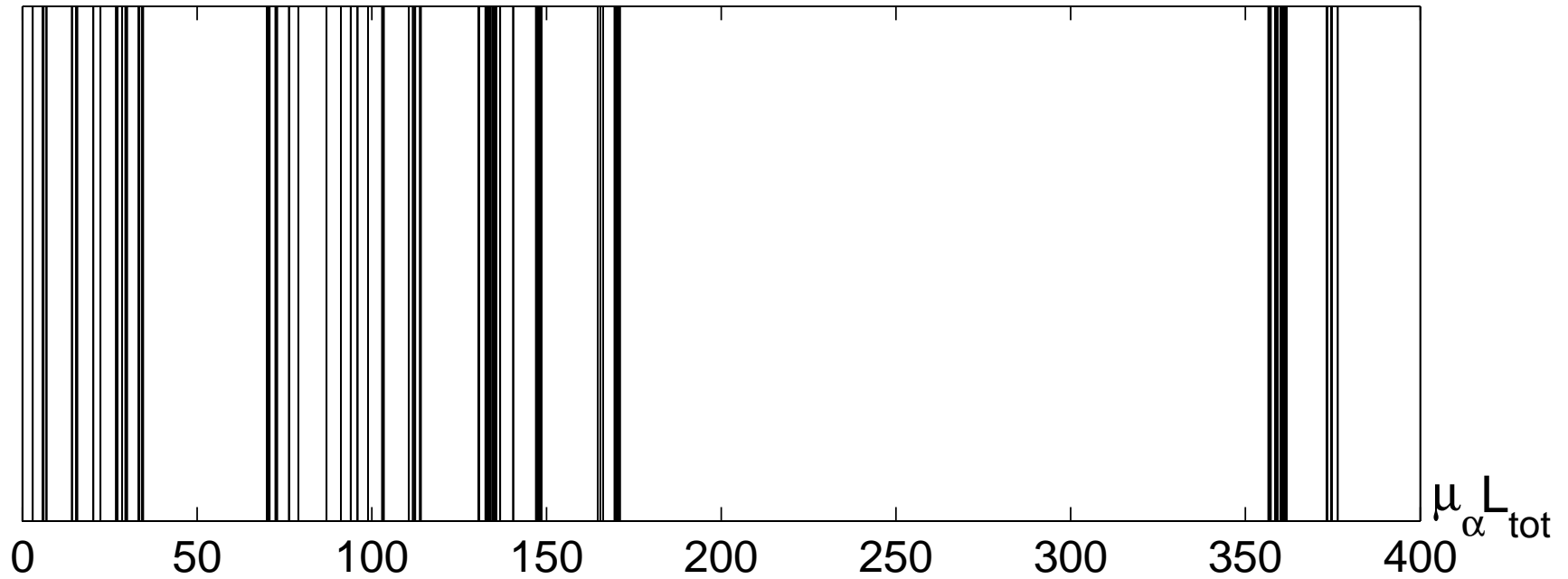
Localisation du spectre



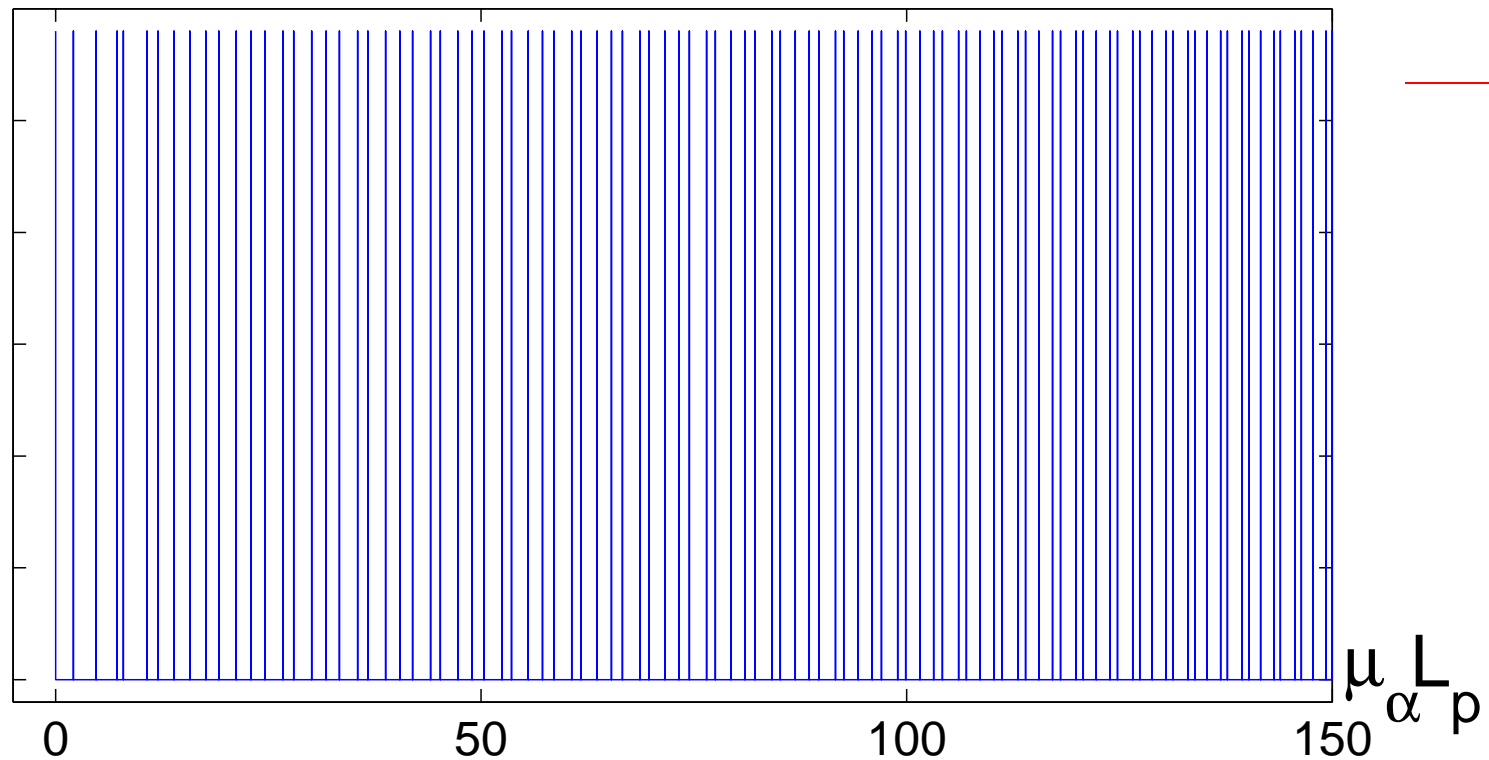
Localisation du spectre



Localisation du spectre

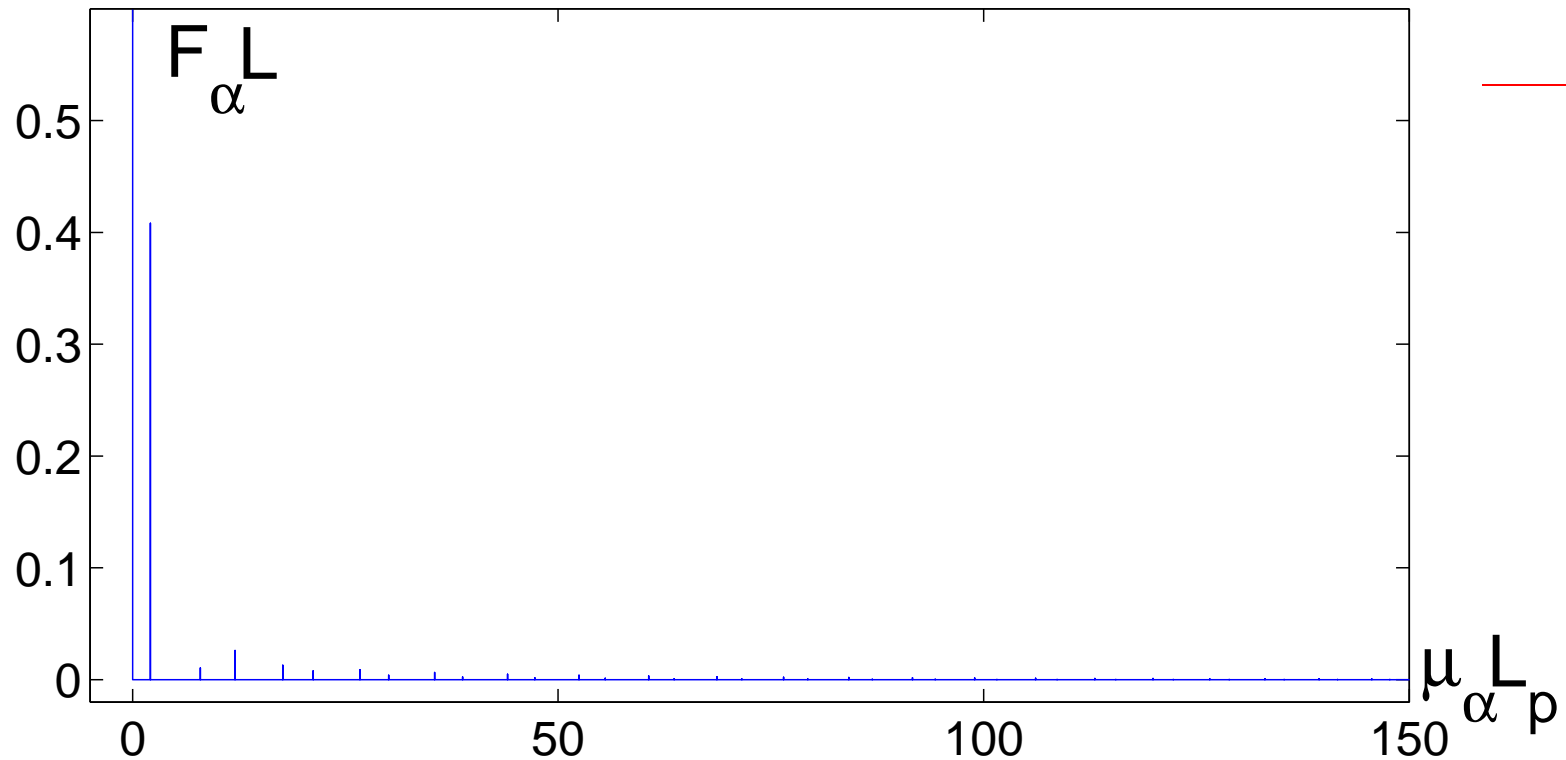


Réduction des modes



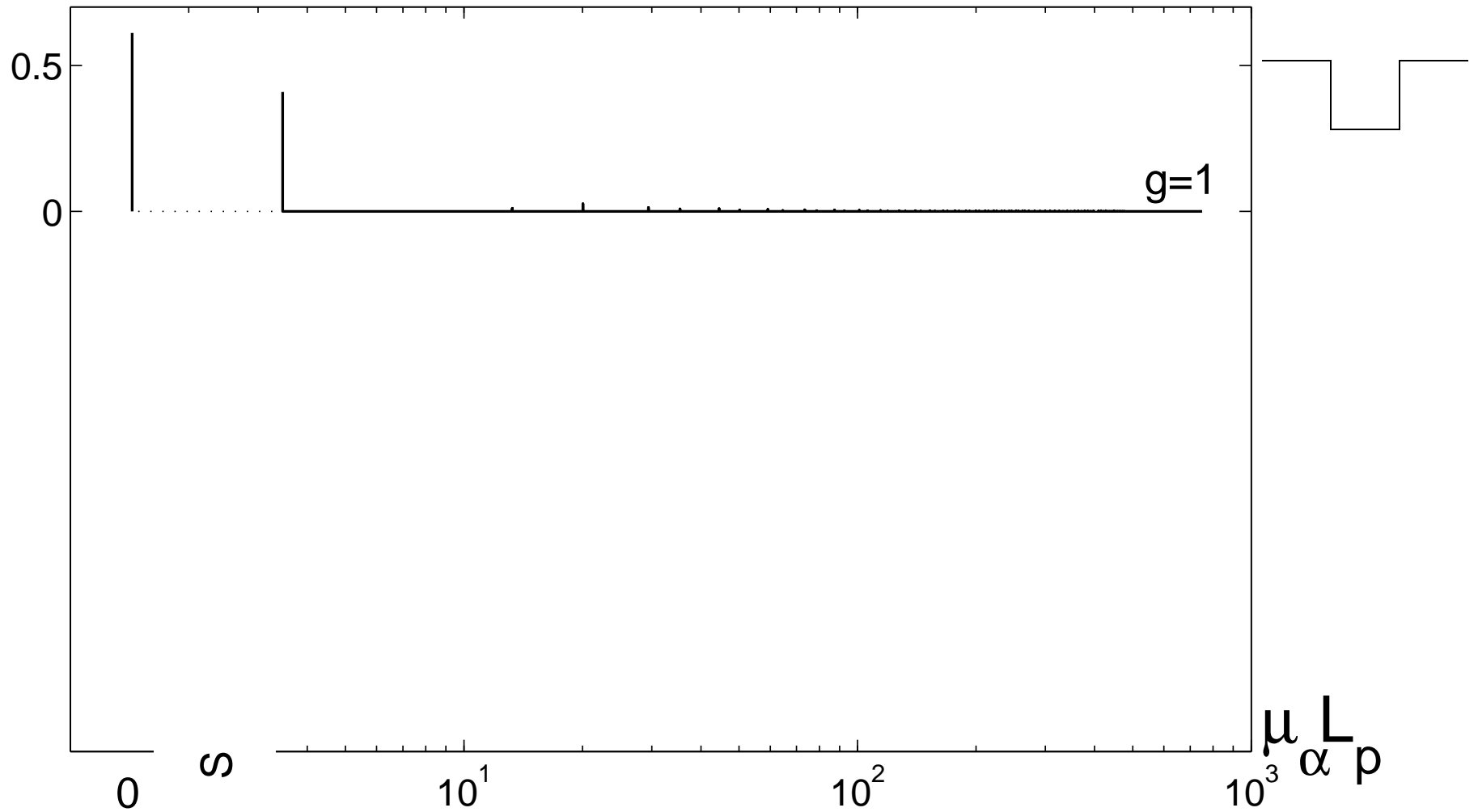
$$Z(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{\alpha=0}^{\infty} \frac{F_\alpha}{1 + \mu_\alpha \Lambda}$$

Réduction des modes

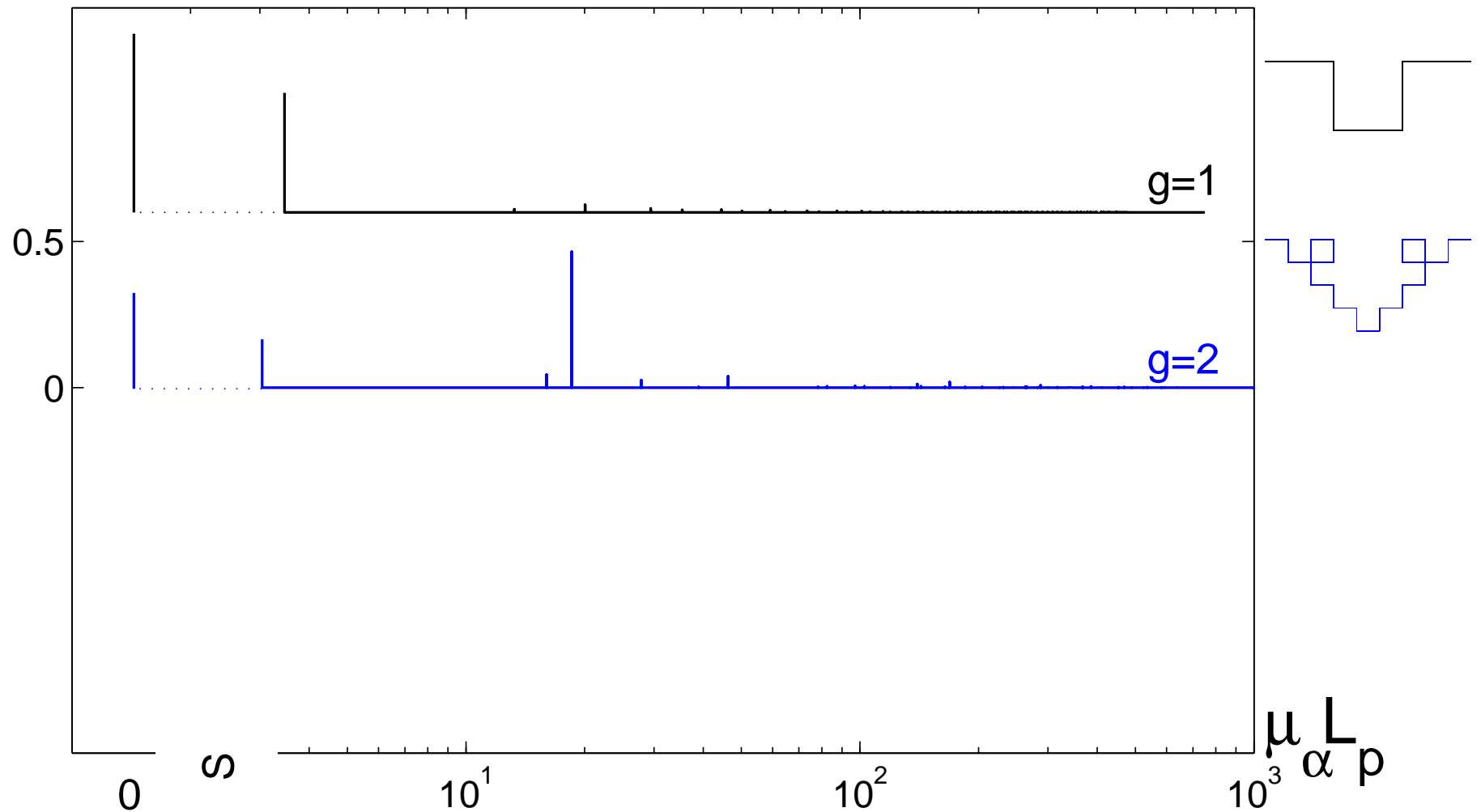


$$Z(\Lambda) \simeq \frac{\Lambda}{D} \left(\frac{F_0}{1 + \mu_0 \Lambda} + \frac{F_1}{1 + \mu_1 \Lambda} \right)$$

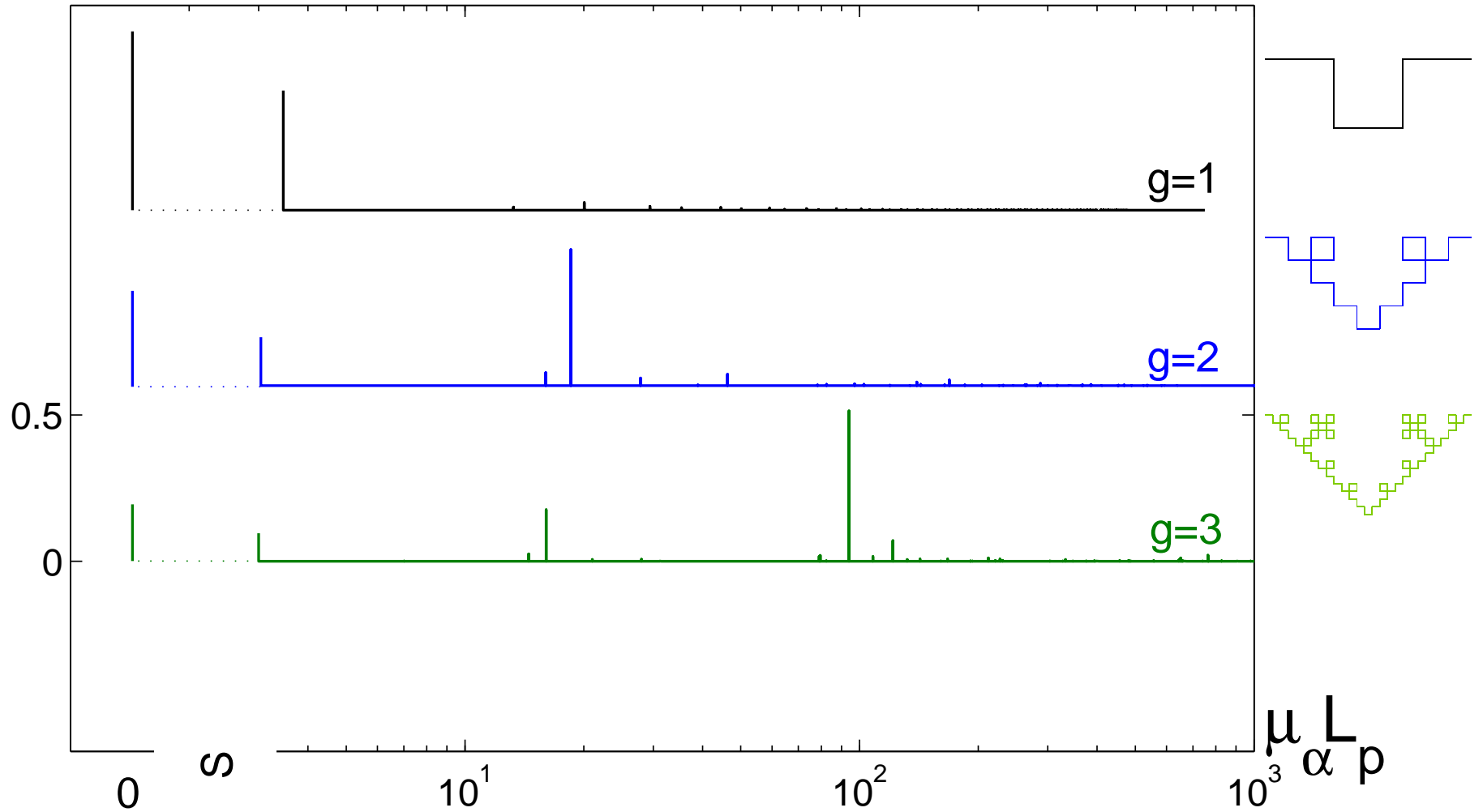
Réduction des modes



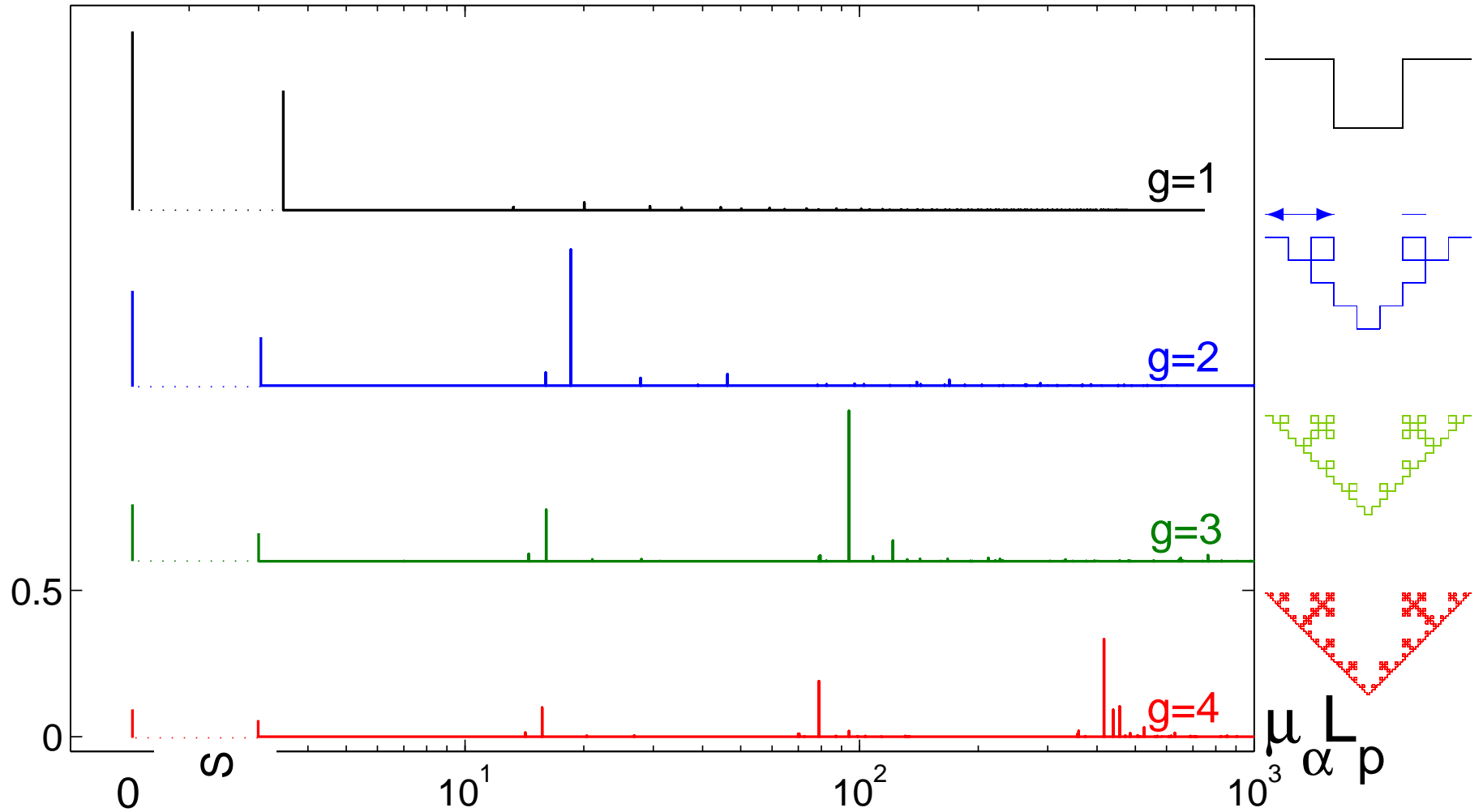
Réduction des modes



Réduction des modes

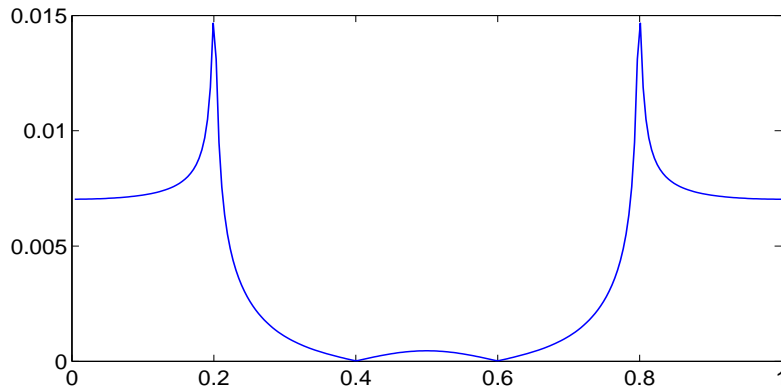
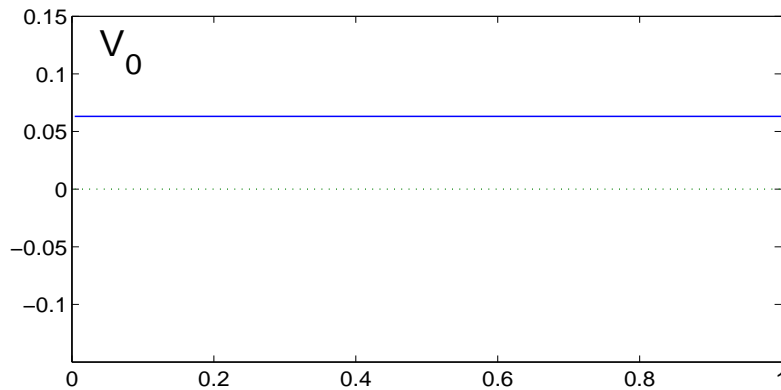


Réduction des modes



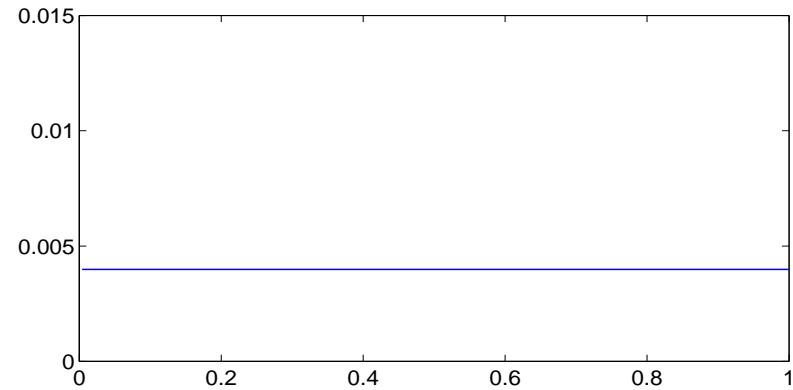
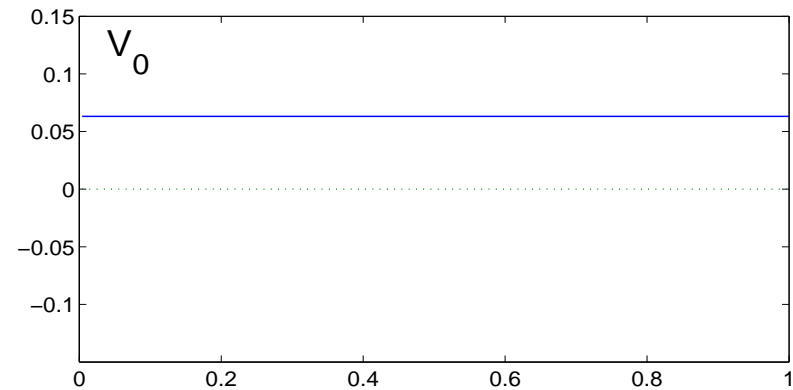
Vecteurs propres

Première génération



$$F_0 L_{tot} = 1$$

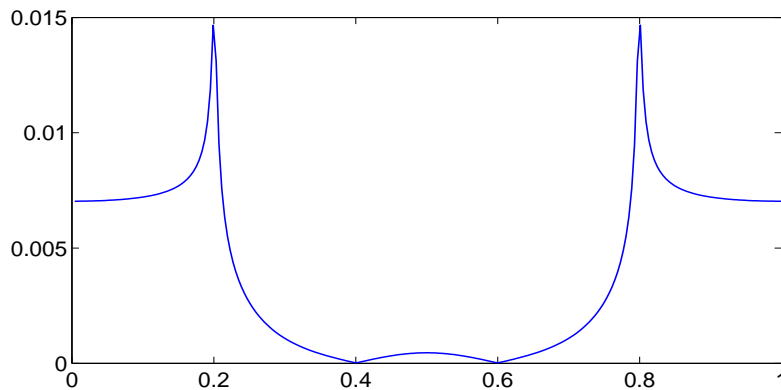
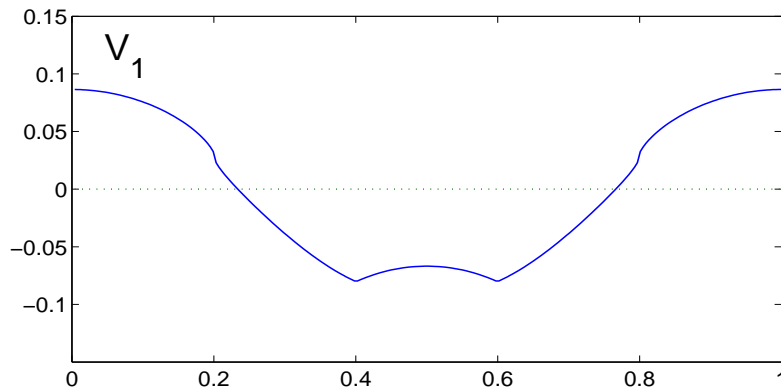
Surface planeaire



$$F_0 L_{tot} = 1$$

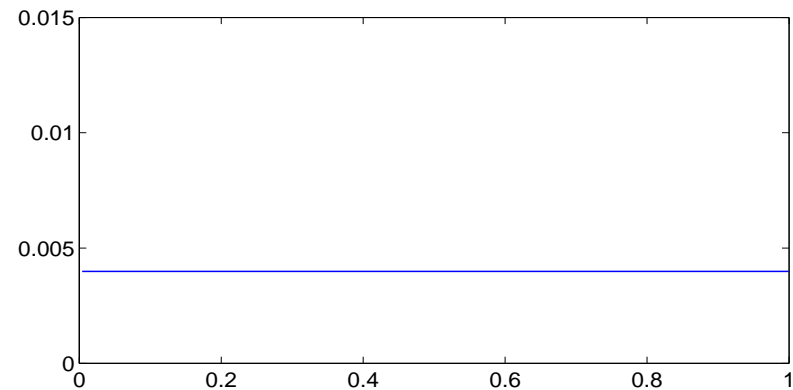
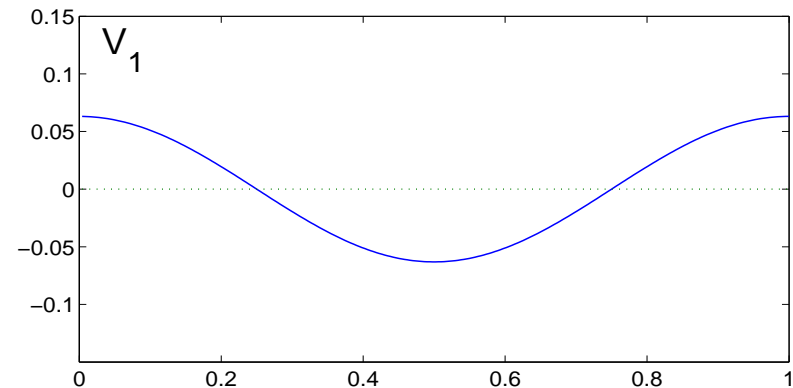
Vecteurs propres

Première génération



$$F_1 L_{tot} = 0.67$$

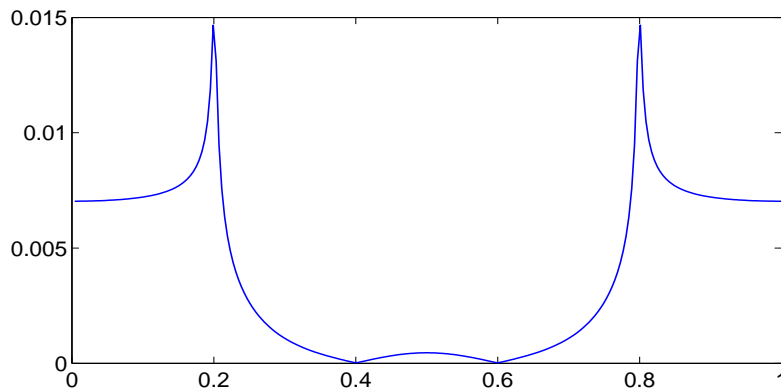
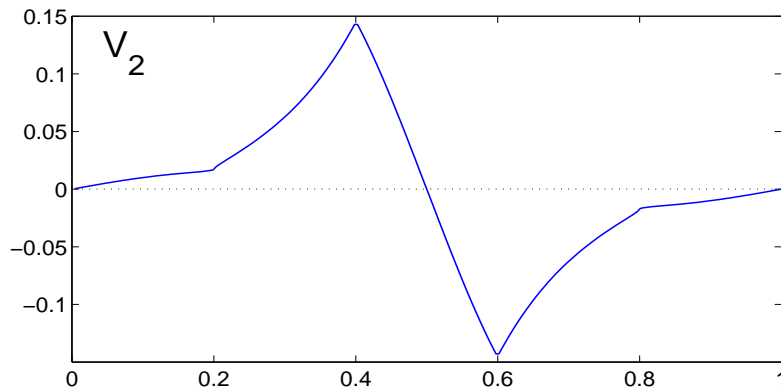
Surface planeaire



$$F_1 L_{tot} = 0$$

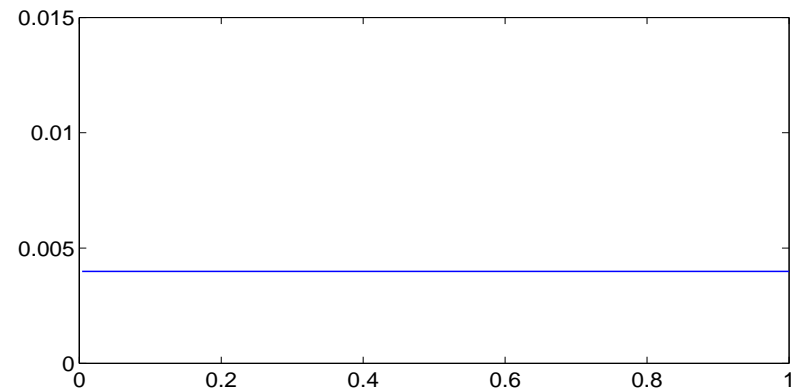
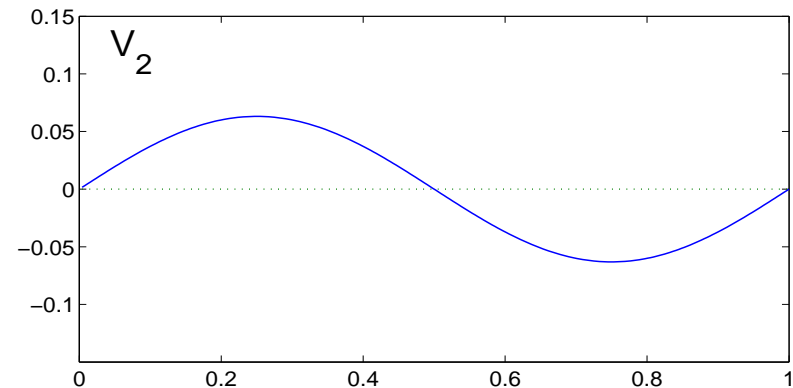
Vecteurs propres

Première génération



$$F_2 L_{tot} = 0$$

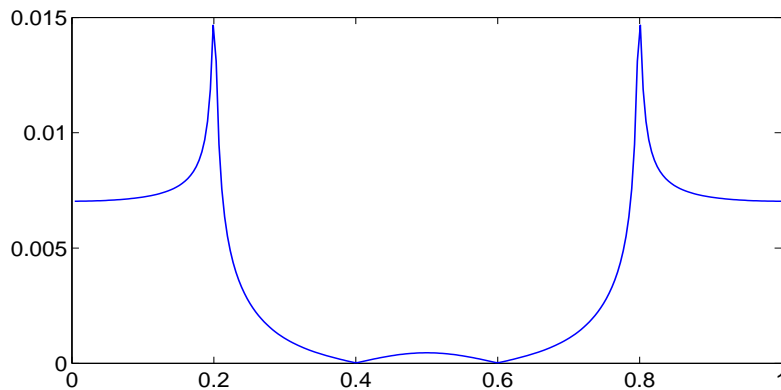
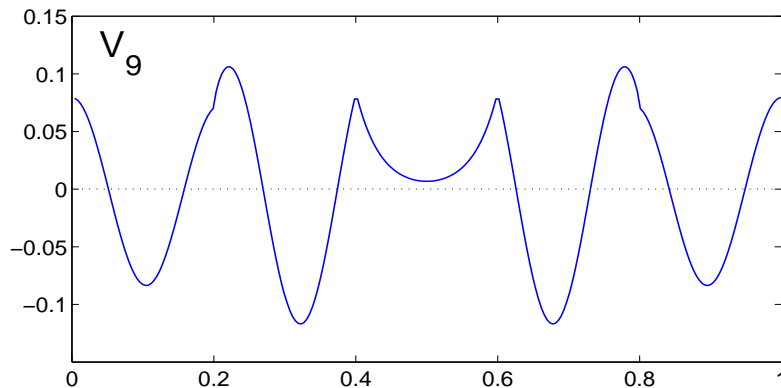
Surface planeaire



$$F_2 L_{tot} = 0$$

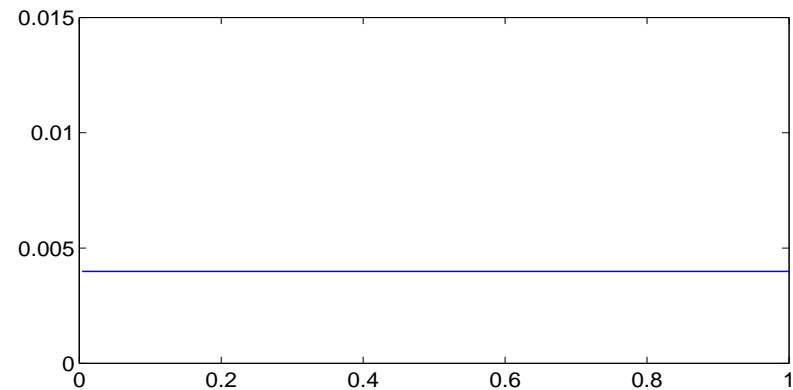
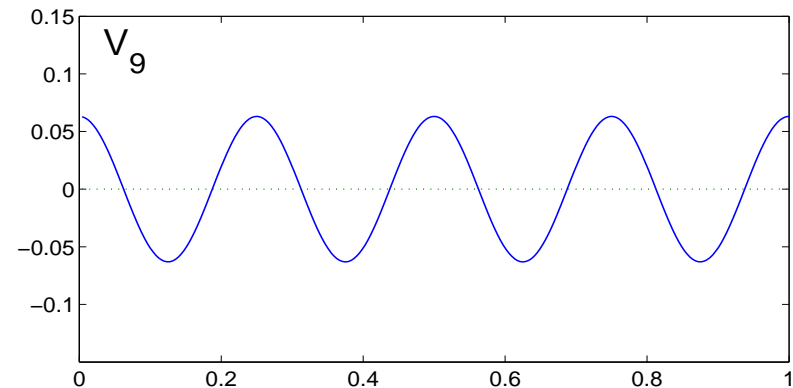
Vecteurs propres

Première génération



$$F_9 L_{tot} = 0.01$$

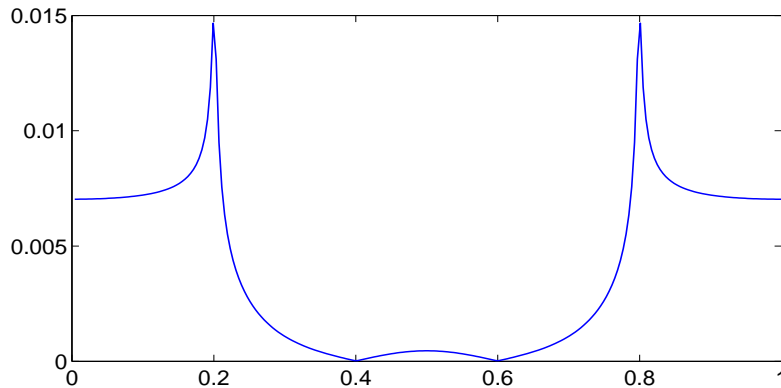
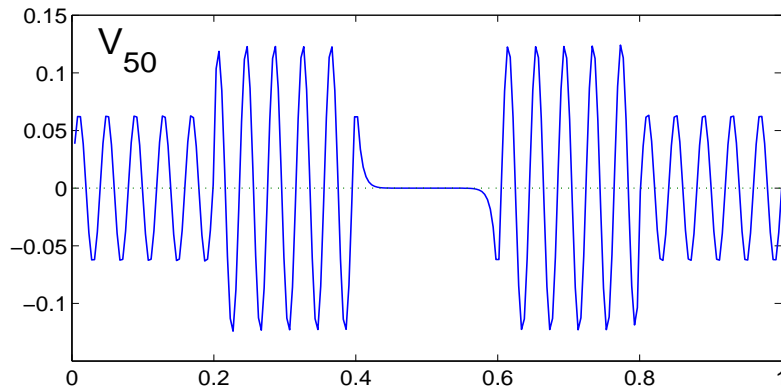
Surface planeaire



$$F_9 L_{tot} = 0$$

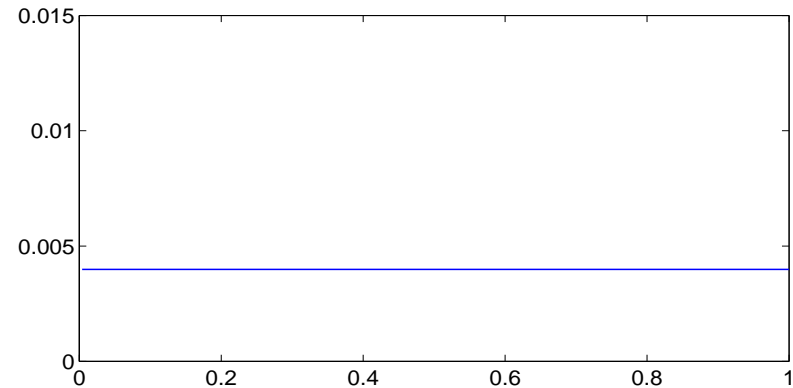
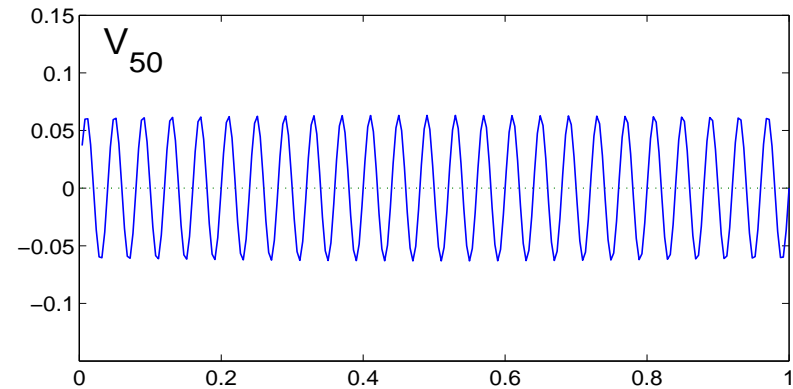
Vecteurs propres

Première génération



$$F_{50}L_{tot} = 0$$

Surface planeaire



$$F_{50}L_{tot} = 0$$

Modèle empirique simple du spectre géométrique

- Génération d'ordre g possède $g + 1$ pics contributifs

Modèle empirique simple du spectre géométrique

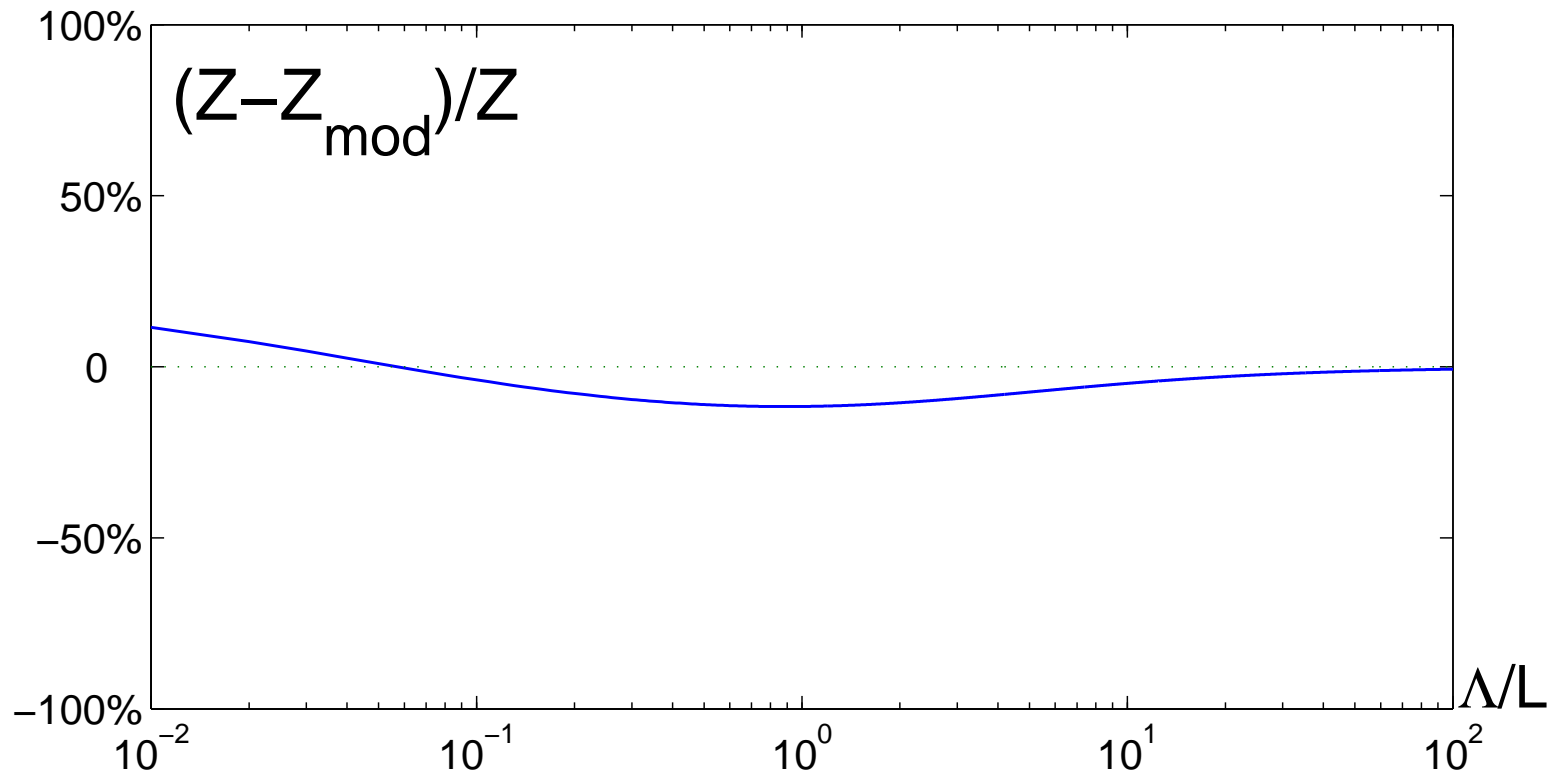
- Génération d'ordre g possède $g + 1$ pics contributifs
- Les valeurs propres des modes contributifs correspondent aux échelles caractéristiques de la frontière : $\mu_k^{(g)} L_p^{(g)} \simeq 5^k$, où $L_p^{(g)} = (5/3)^g$

Modèle empirique simple du spectre géométrique

- Génération d'ordre g possède $g + 1$ pics contributifs
- Les valeurs propres des modes contributifs correspondent aux échelles caractéristiques de la frontière : $\mu_k^{(g)} L_p^{(g)} \simeq 5^k$, où $L_p^{(g)} = (5/3)^g$
- Composantes spectrales : $F_k^{(g)} L_p^{(g)} \simeq (5/3)^k$

Impédance spectroscopique : modèle et calculs

Quatrième génération :
$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^4 \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$



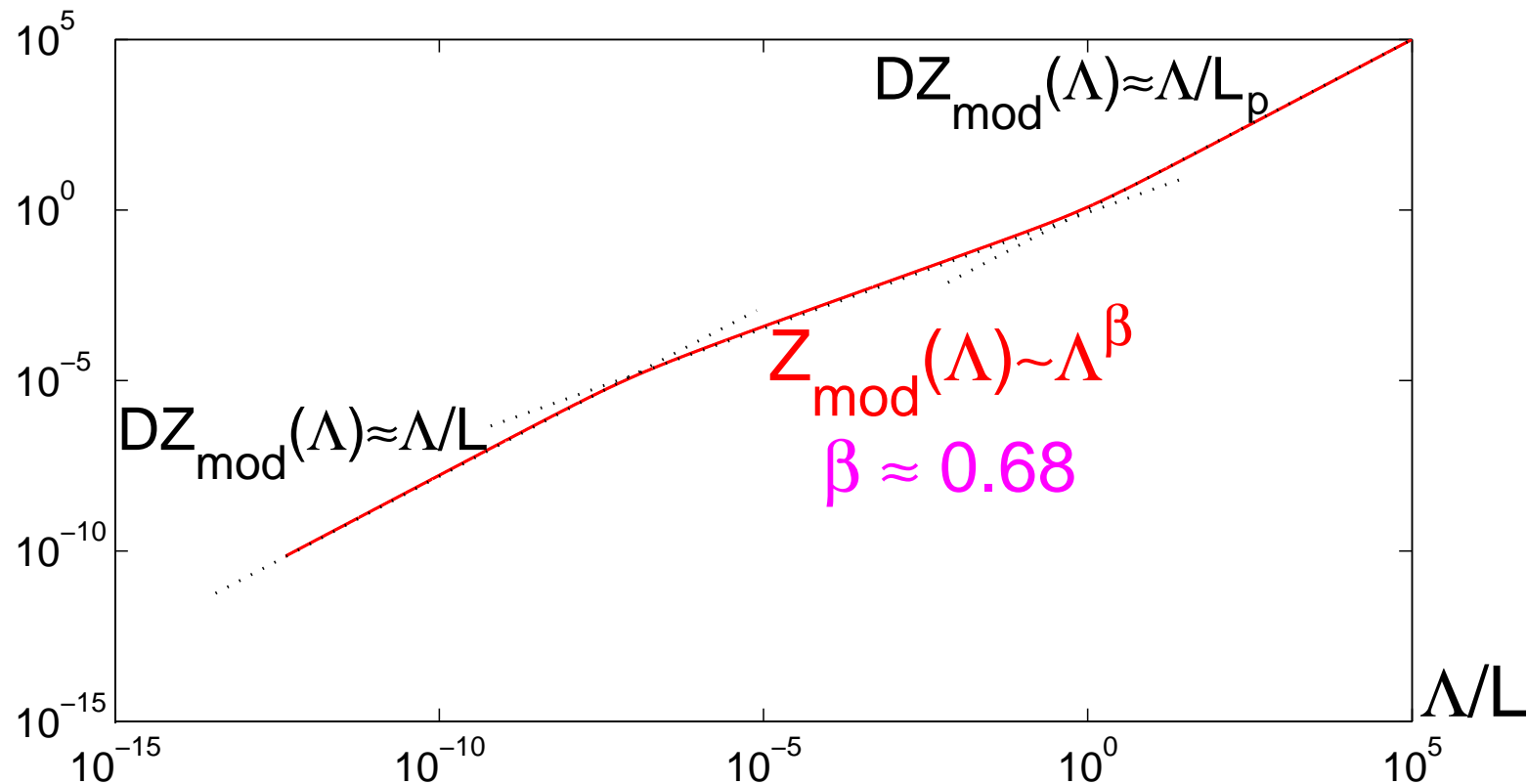
Modèle analytique : comportement anormal

Dixième génération :

$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^{10} \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$

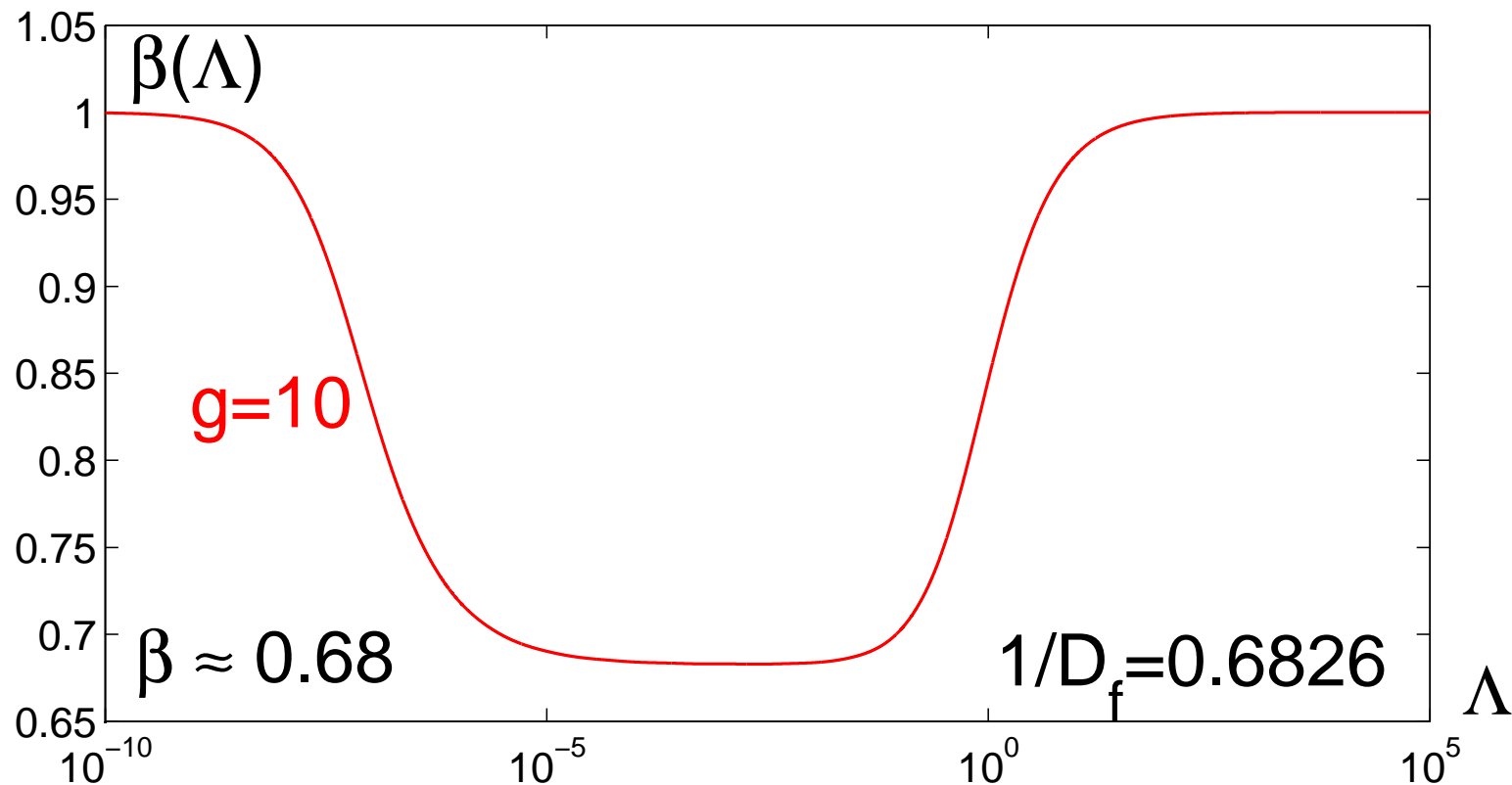
Modèle analytique : comportement anormal

Dixième génération :
$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^{10} \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$



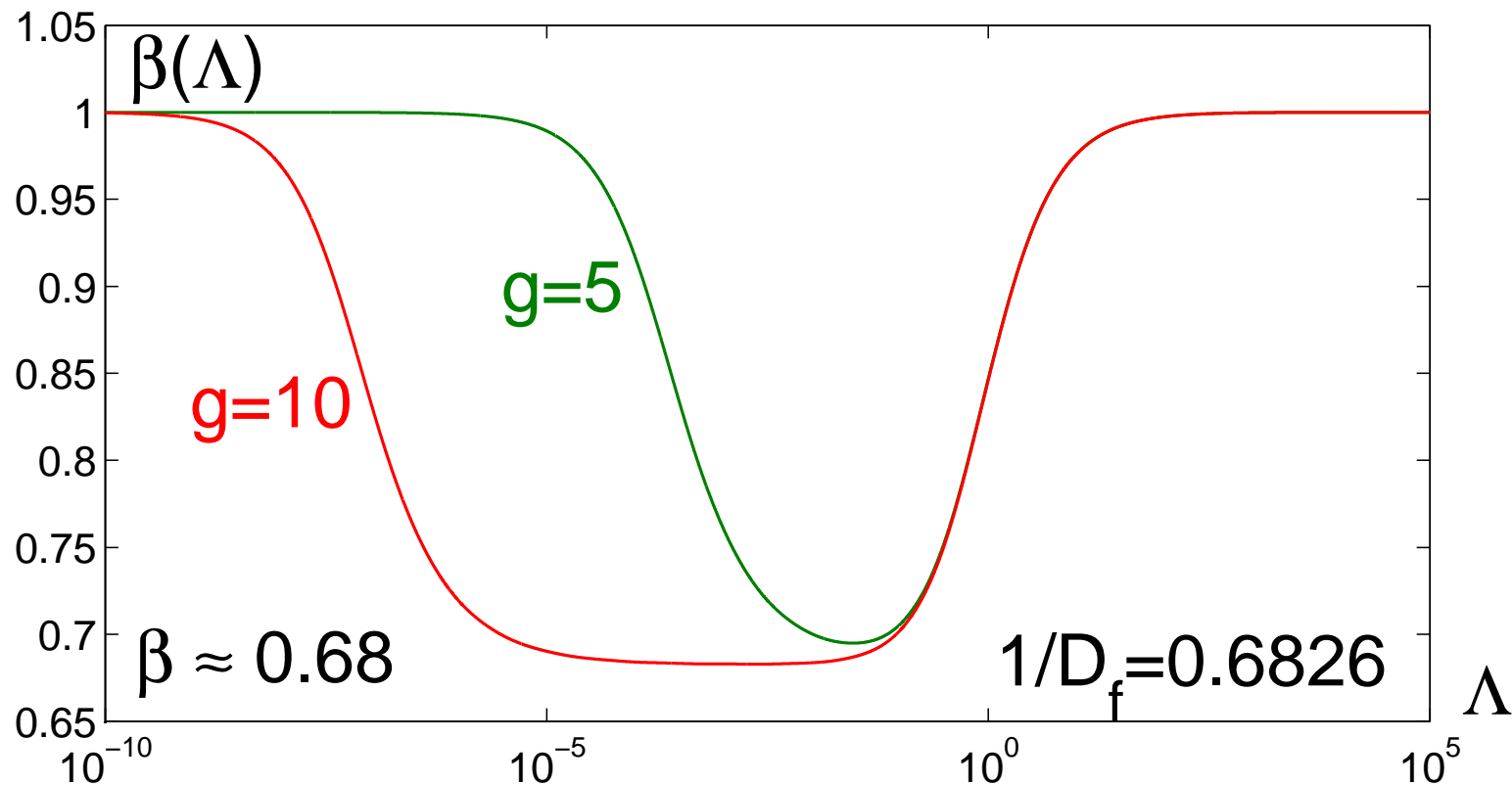
Modèle analytique : comportement anormal

Dixième génération :
$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^{10} \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$



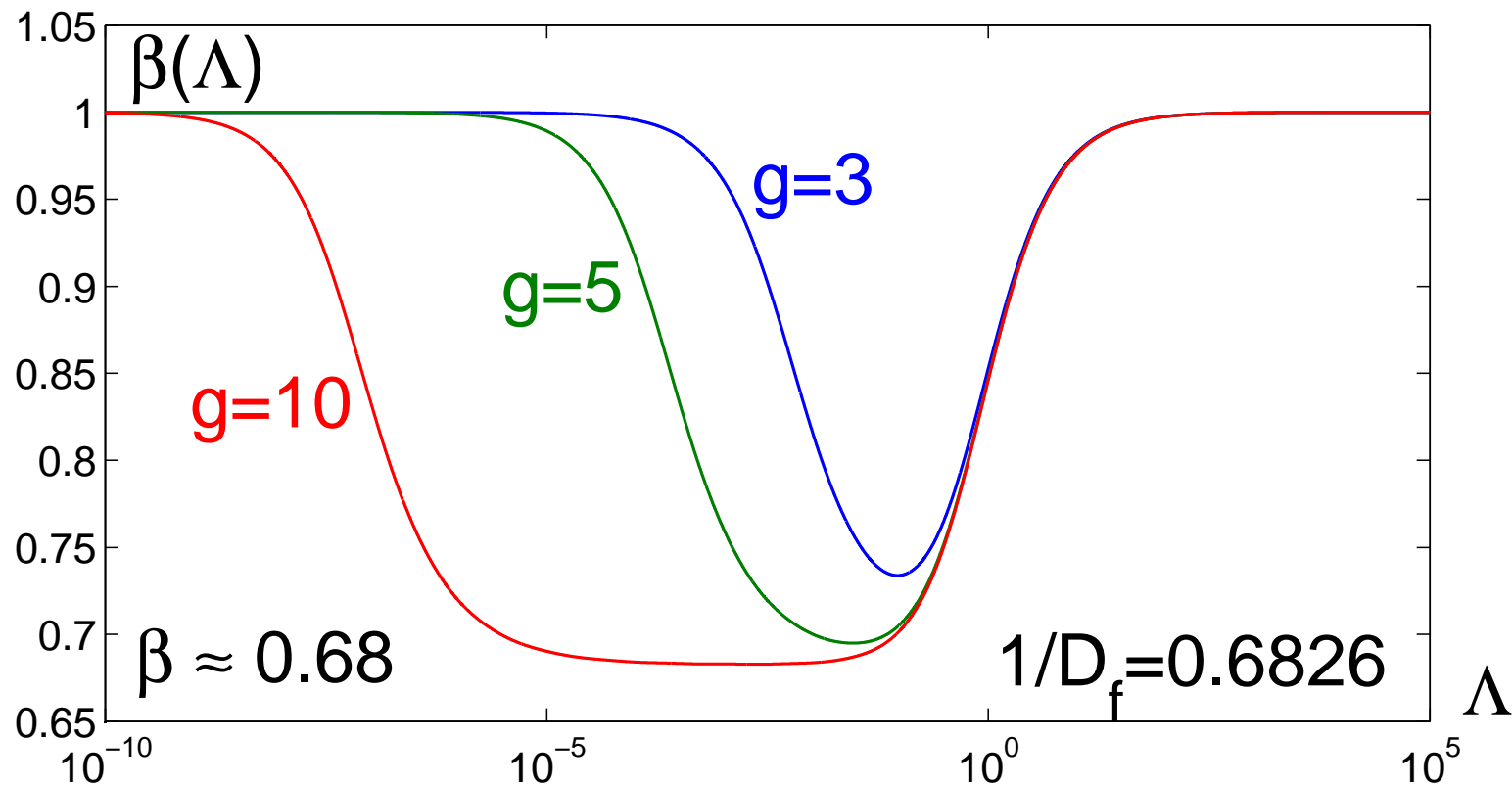
Modèle analytique : comportement anormal

Dixième génération :
$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^{10} \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$



Modèle analytique : comportement anormal

Dixième génération :
$$Z_{mod}(\Lambda) = \frac{\Lambda}{D} \sum_{k=0}^{10} \frac{\hat{F}_k}{1 + \Lambda \hat{\mu}_k}$$



Frontières irrégulières

- *Courbes de Koch aléatoires*

Frontières irrégulières

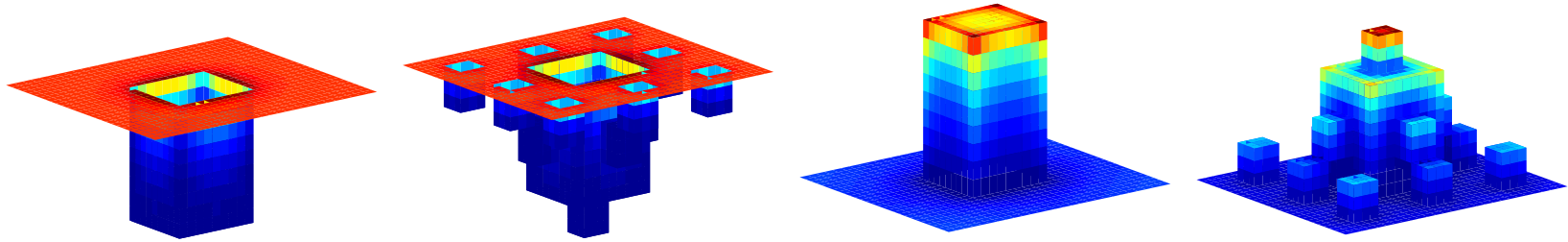
- *Courbes de Koch aléatoires*
- *Courbes de Koch de dimensions différentes*

Frontières irrégulières

- *Courbes de Koch aléatoires*
- *Courbes de Koch de dimensions différentes*
- *Surfaces de Koch*

Frontières irrégulières

- *Courbes de Koch aléatoires*
- *Courbes de Koch de dimensions différentes*
- *Surfaces de Koch*



Frontières irrégulières

- *Courbes de Koch aléatoires*
 - *Courbes de Koch de dimensions différentes*
 - *Surfaces de Koch*
-
- Effet de réduction des modes

Frontières irrégulières

- *Courbes de Koch aléatoires*
- *Courbes de Koch de dimensions différentes*
- *Surfaces de Koch*

- Effet de réduction des modes
- Hiérarchie des valeurs propres

Frontières irrégulières

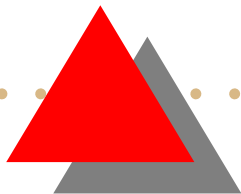
- *Courbes de Koch aléatoires*
- *Courbes de Koch de dimensions différentes*
- *Surfaces de Koch*

- Effet de réduction des modes
- Hiérarchie des valeurs propres
- Modèle analytique approché de l'impédance



Plan de présentation

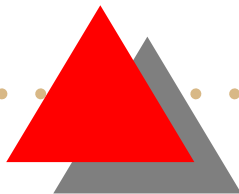
- Phénomènes de transport laplacien
- Approche théorique de l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Transport laplacien aux interfaces irrégulières
- **Problèmes, questions et perspectives**





Résumé

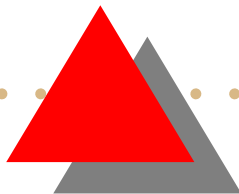
- Nouvelle approche théorique du transport laplacien aux interfaces irrégulières basée sur l'opérateur de Dirichlet-Neumann





Résumé

- Nouvelle approche théorique du transport laplacien aux interfaces irrégulières basée sur l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Contribution effective de nombre très réduit des modes propres à la réponse linéaire



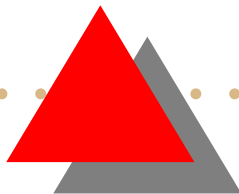
Résumé

- Nouvelle approche théorique du transport laplacien aux interfaces irrégulières basée sur l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Contribution effective de nombre très réduit des modes propres à la réponse linéaire
- Hiérarchie de ces modes significatifs (échelles caractéristiques de la frontière)



Résumé

- Nouvelle approche théorique du transport laplacien aux interfaces irrégulières basée sur l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Contribution effective de nombre très réduit des modes propres à la réponse linéaire
- Hiérarchie de ces modes significatifs (échelles caractéristiques de la frontière)
- Modèle empirique du spectre géométrique





Résumé

- Nouvelle approche théorique du transport laplacien aux interfaces irrégulières basée sur l'opérateur de Dirichlet-Neumann
- Contribution effective de nombre très réduit des modes propres à la réponse linéaire
- Hiérarchie de ces modes significatifs (échelles caractéristiques de la frontière)
- Modèle empirique du spectre géométrique
- Prise en compte de l'irrégularité géométrique des électrodes en électrochimie

Construction de l'opérateur de Dirichlet-Neumann

- **Actuellement** : Adaptation de la méthode des éléments frontières à la base de la théorie du potentiel

Construction de l'opérateur de Dirichlet-Neumann

- **Actuellement** : Adaptation de la méthode des éléments frontières à la base de la théorie du potentiel
- **Défaut essentiel** : nécessité de construire tous les éléments d'une matrice représentant cet opérateur sous une forme discrète

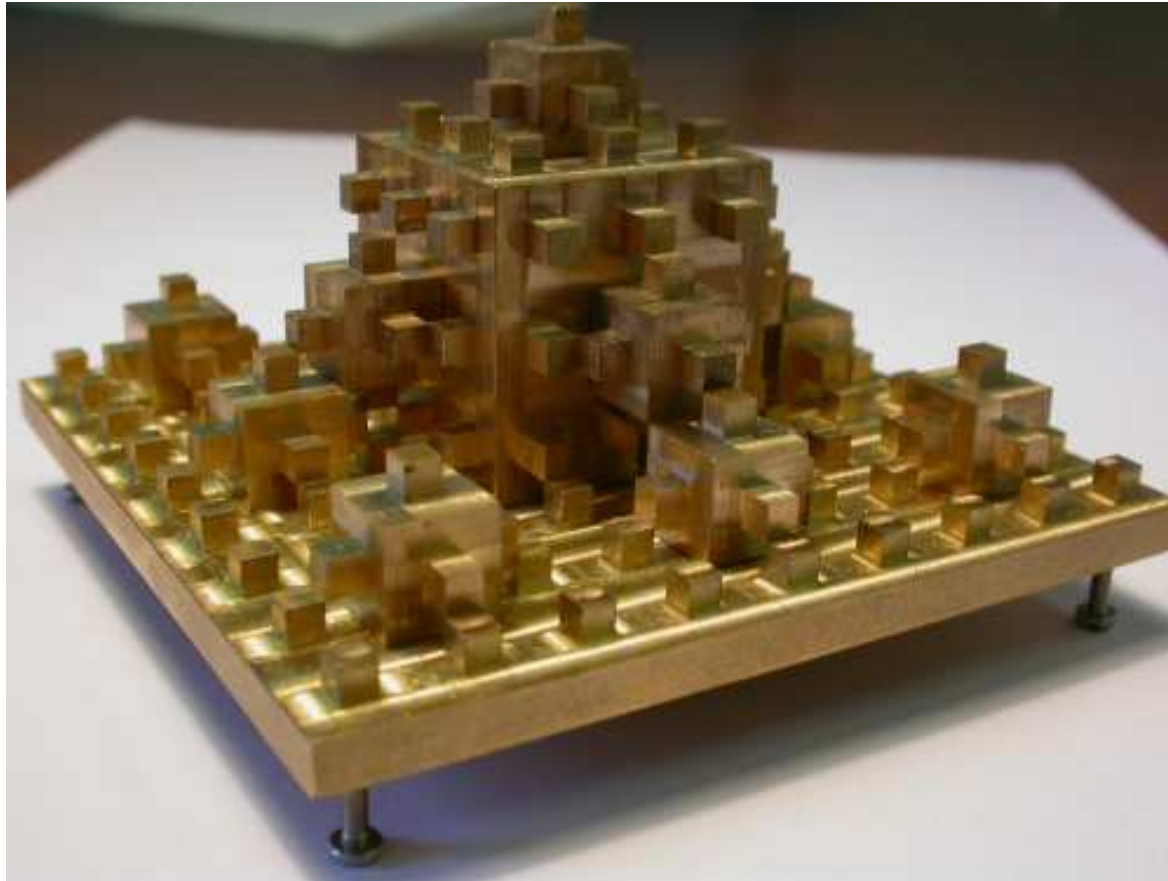
Construction de l'opérateur de Dirichlet-Neumann

- **Actuellement** : Adaptation de la méthode des éléments frontières à la base de la théorie du potentiel
- **Défaut essentiel** : nécessité de construire tous les éléments d'une matrice représentant cet opérateur sous une forme discrète
- **Réalité** : On n'a besoin qu'une partie très faible de modes propres

Construction de l'opérateur de Dirichlet-Neumann

On cherche donc une méthode
numérique permettant de calculer les
modes propres de \mathcal{M} successivement
sans construire l'opérateur entier

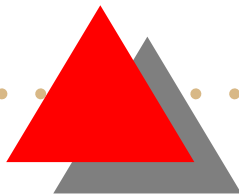
Construction de l'opérateur de Dirichlet-Neumann





Problèmes ouverts

- Justification de l'approche pour des interfaces vraiment irrégulières





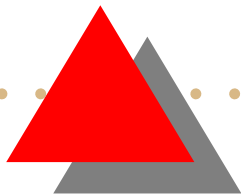
Problèmes ouverts

- Justification de l'approche pour des interfaces vraiment irrégulières
- Localisation du spectre



Problèmes ouverts

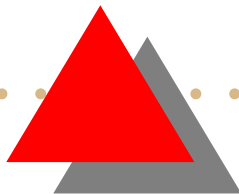
- Justification de l'approche pour des interfaces vraiment irrégulières
- Localisation du spectre
- Réduction des modes contributifs





Problèmes ouverts

- Justification de l'approche pour des interfaces vraiment irrégulières
- Localisation du spectre
- Réduction des modes contributifs
- Relation entre valeurs propres et échelles caractéristiques de la frontière



Problèmes ouverts

- Justification de l'approche pour des interfaces vraiment irrégulières
- Localisation du spectre
- Réduction des modes contributifs
- Relation entre valeurs propres et échelles caractéristiques de la frontière
- Correction, généralisation et justification mathématique du modèle empirique de l'impédance

$$\beta = \frac{1}{D_f} \implies \beta = \frac{\tau(2)}{D_f}$$

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique :

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique :
 - autres équations (diffusion en régime transitoire)

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique :
 - autres équations (diffusion en régime transitoire)
 - autres conditions (non linéaires)

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique
- Etude numérique des générations d'ordre plus élevé, surtout en 3 dimensions

Perspectives

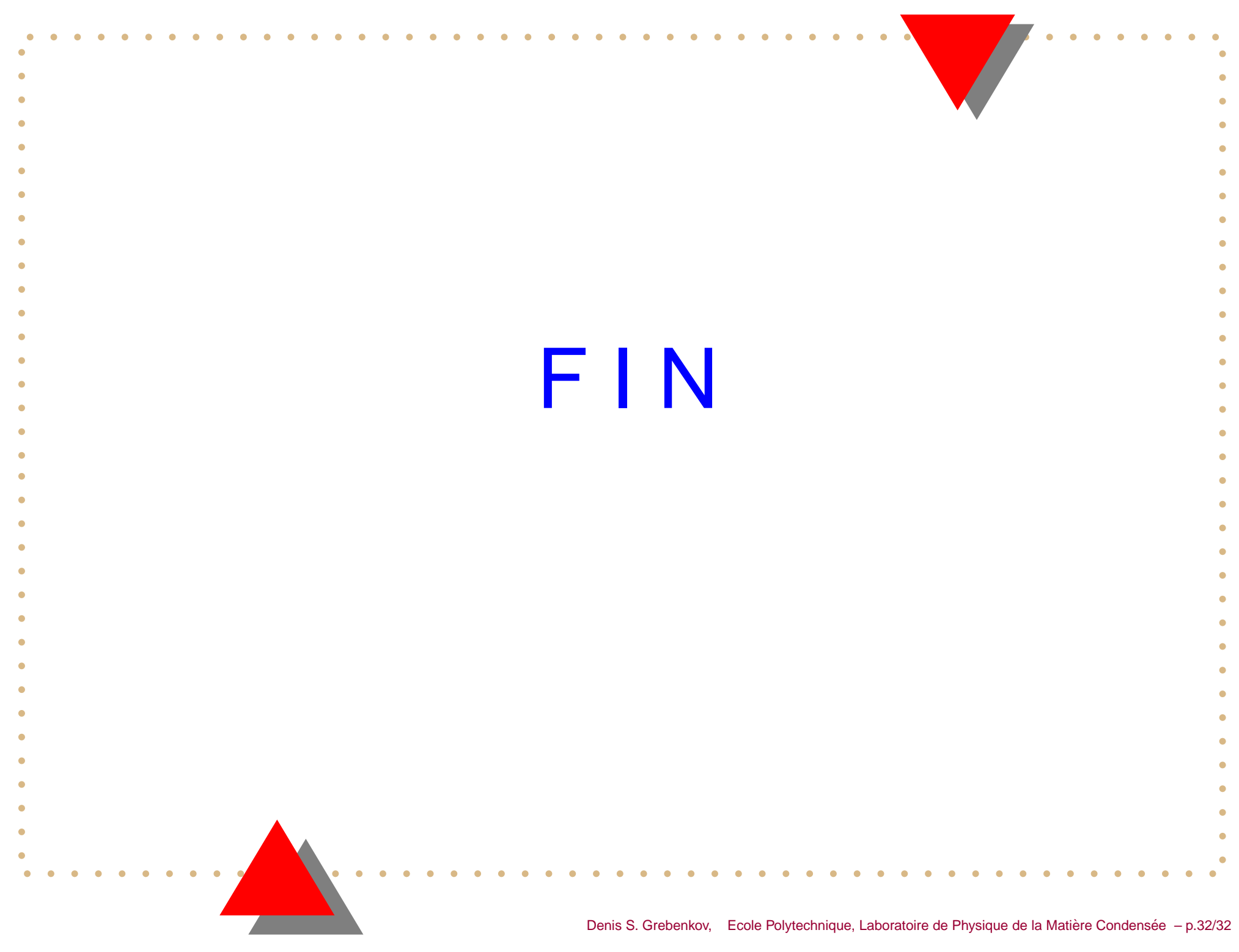
- Extensions de l'approche théorique
- Etude numérique des générations d'ordre plus élevé, surtout en 3 dimensions
- Approximation analytique de l'impédance pour des interfaces aléatoires ?

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique
- Etude numérique des générations d'ordre plus élevé, surtout en 3 dimensions
- Approximation analytique de l'impédance pour des interfaces aléatoires ?
- Le problème inverse : en connaissant l'impédance spectroscopique, qu'est-ce que l'on peut dire de la géométrie ?

Perspectives

- Extensions de l'approche théorique
- Etude numérique des générations d'ordre plus élevé, surtout en 3 dimensions
- Approximation analytique de l'impédance pour des interfaces aléatoires ?
- Le problème inverse : en connaissant l'impédance spectroscopique, qu'est-ce que l'on peut dire de la géométrie ?
- Etude expérimentale d'électrodes irrégulières



FIN